

Développement d'un modèle MFN pour l'analyse et la
prédiction des performances d'un prototype de formule SAE en
conditions de virage

par

Hugues Perrin

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE LA MAÎTRISE
AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE AÉROSPATIAL
M. Sc. A.

MONTRÉAL, LE 12 AOÛT 2026

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Hugues Perrin, 2026



Cette licence Creative Commons signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette oeuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'oeuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE:

M. Giuseppe Di Labbio, directeur de mémoire
Département du Génie Mécanique, École de technologie supérieure

M. Simon Joncas, codirecteur
Département du Génie des Systèmes, École de technologie supérieure

M. François Garnier, président du jury
Département du Génie Aérospatial, École de technologie supérieure

M. Flavio Noca, examinateur externe
Département du Génie Mécanique, École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 11 AOÛT 2026

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Mes plus grands remerciements vont à messieurs Di Labbio et Joncas, pour avoir accepté de soutenir mon projet de maîtrise malgré les conditions adverses de ma situation. Merci à eux également pour leur implication au niveau des clubs étudiants, de chercher des solutions pour valoriser l'engagement des étudiants dans ces clubs qui apportent une réelle expertise technique que des cours magistraux ne sauraient égaler.

Cette thèse de maîtrise ayant été réalisée pour la majeure partie à travers un projet des clubs étudiants, je me dois de remercier l'École de technologie supérieure pour son soutien matériel et financier indéfectible à ses clubs scientifiques, leur permettant d'atteindre des sommets toujours plus élevés. Dans la même veine, je me dois également de saluer la quasi-totalité des personnes ayant travaillé dans le local D-2016 ces deux dernières années, qu'ils aient été membres d'Éclipse, Baja ou Formule, et qui m'ont aidé à devenir un meilleur (futur) ingénieur, techniquement et socialement. Merci également à toutes les personnes responsables, à la régie des clubs étudiants, de travailler à nous offrir les meilleures conditions de travail à chaque jour.

Sur une note plus personnelle, merci à Timothée Thomas, pour avoir été un phare aux heures les plus incertaines de mes projets loufoques, ainsi qu'à Maxime Szymanski dont j'espère pouvoir partager le titre grâce à ce mémoire, après des années de recherche. Merci également à Eline Hourri, qui a su nourrir ma passion pour l'aérodynamique au sein de Formule ÉTS et m'a accompagné dans cette recherche depuis 2024.

Merci enfin, évidemment, à mes parents qui ont tout mis en œuvre, parfois à contre-cœur, pour que je puisse présenter cet écrit devant un jury, après 7 années d'études supérieures et l'équivalent de deux maîtrises.

Développement d'un modèle MFN pour l'analyse et la prédiction des performances d'un prototype de formule SAE en conditions de virage

Hugues Perrin

RÉSUMÉ

Ce mémoire aborde l'étude aérodynamique, via des outils de Mécanique des Fluides Numérique (MFN) comme StarCCM+, d'un prototype de Formule SAE conçu et fabriqué par les étudiants de l'ÉTS. Depuis 2010, les étudiants membres de Formule ÉTS s'intéressent à l'impact de l'aérodynamique sur les performances de leurs véhicules, mettant en œuvre des méthodologies sophistiquées pour concevoir des appendices aérodynamiques élaborés, parmi les meilleurs du monde.

Jusqu'à aujourd'hui, ces méthodes impliquaient des simulations d'écoulement aérodynamiques externes rectilignes sur des demi-modèles de la voiture, supposée symétrique, avec pour objectif d'optimiser des caractéristiques aérodynamiques comme la déportance ou la traînée aérodynamique. La méthode ligne droite (SLSM) prouve des résultats encourageants, facilement comparables à des données extraites de la soufflerie, pour des écarts inférieurs à 4%, ainsi qu'une similarité claire à des données expérimentales récupérées sur la piste.

Cependant, une des critiques principales de ce modèle étant le manque de pertinence aux cas où l'aérodynamique est la plus importante (e.g. en condition de virage), un modèle de simulation adapté est étudié afin de mieux comprendre l'impact des conditions de virages, en régimes permanents et transitoires. Ce modèle voit sa fiabilité être comparée aux résultats de la ligne droite, ainsi qu'aux essais sur piste et en soufflerie, pour des différences n'excédant pas 6%, ainsi qu'une corrélation très forte à la littérature dédiée au sujet basée sur des simulations des grands échelles. De ce travail découle un modèle d'analyse en virage utilisable pour les objectifs d'ingénierie d'une équipe de Formule SAE.

La méthodologie liée aux essais expérimentaux, en soufflerie et sur piste fermée, est également décrite, afin de fournir les éléments nécessaires à la reproduction de ces essais pour assurer la pérennité de la qualité des résultats aérodynamiques.

Mots-clés: Aérodynamique, MFN, Simulation, Virage, Dynamique du Véhicule, Soufflerie

Development of a CFD Model for the Analysis and Prediction of the Performance of a Formula SAE Prototype Under Cornering Conditions

Hugues Perrin

ABSTRACT

This master's thesis presents the aerodynamic study of a Formula SAE prototype designed and manufactured by ÉTS students, utilizing Computational Fluid Dynamics (CFD) tools such as StarCCM+. Since the 2010s, Formule ÉTS members have focused on the impact of aerodynamics on vehicle performance, implementing sophisticated methodologies to design world-class aerodynamic devices.

Until recently, these methods involved external flow simulations on a half-car model in straight-line conditions (SLSM), assuming symmetry, to optimize characteristics such as downforce and drag. The straight-line method has yielded encouraging results, showing discrepancies of less than 4% compared to wind tunnel data, as well as a clear correlation with experimental data collected on track. Adjoint optimization methods have also been explored for specific cases within the SLSM framework, offering advantageous solutions compared to standard straight-line simulation data.

However, addressing the main critique regarding the model's lack of relevance in critical cornering conditions, a specific Cornering Simulation Model (CSM) was developed to better understand flow behavior during steady-state cornering. The reliability of this model is evaluated against straight-line results, as well as track and wind tunnel tests, showing differences not exceeding 6%, along a rigorous correlation to existing scientific references based on large eddy simulations. This provides a new, more suitable tool for the study of Formula SAE aerodynamics.

The methodology related to wind tunnel testing is also detailed to provide the necessary elements to reproduce these tests and to ensure the long-term quality of aerodynamic results.

Keywords: Aerodynamics, CFD, Simulation, Cornering, Vehicle Dynamics, Wind Tunnel

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
0.1 Présentation et contextualisation	1
0.2 Méthodes de simulation aérodynamique	7
0.3 Cas de référence : le skidpad	9
0.4 Objectifs et méthodologie de recherche	10
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE	13
1.1 Simulation aérodynamique des véhicules terrestres	13
1.2 Influence des conditions de virage	18
CHAPITRE 2 ÉLÉMENTS DE DYNAMIQUE DU VÉHICULE	25
2.1 Modèle pneumatique	26
2.1.1 Données pneumatiques expérimentales	27
2.1.2 Exploitation des données	29
2.2 Modèles bi et quadricycle	33
2.3 Enveloppe de fonctionnement	35
2.4 Intégration au modèle MFN	37
CHAPITRE 3 ANALYSE DU DOMAINE ET TECHNIQUES DE DISCRÉTISATION	41
3.1 Cas d'étude de DELTA-25	41
3.1.1 Présentation générale et caractéristiques	41
3.1.2 Conception aérodynamique	43
3.2 Simplifications géométriques	47
3.3 Équations physiques de base	49
3.3.1 Cas d'un référentiel inertiel (SLSM)	50
3.3.2 Cas du virage : Simulation en référentiel non-inertiel (CSM)	52
3.4 Modèles RANS stationnaires	54
3.4.1 Moyenne de Reynolds et le problème de fermeture	54
3.4.2 Le modèle $k - \omega$ SST (<i>Shear Stress Transport</i>)	55
3.5 Conditions aux limites et détermination du domaine	57
3.5.1 Conditions aux limites et changements de référentiels	58
3.5.2 Définition géométrique du domaine	60
3.5.3 Méthodologie de validation	62
3.6 Discrétisation du domaine	66
3.6.1 Préparation de la surface	66
3.6.2 Stratégies de maillage volumique	67
3.6.3 Raffinement du maillage	70
3.6.4 Couches PRISM et maillage de la couche limite	73
3.6.5 Analyse et validation du maillage	76
3.7 Solveur numérique	79

3.7.1	Schéma de résolution des équations	79
3.7.2	Analyse et qualité des solutions SLSM et CSM	82
CHAPITRE 4 VALIDATION DES MODÈLES MFN ET CORRÉLATION AUX		
	DONNÉES EXPÉRIMENTALES	87
4.1	Résultats et pertinence des prédictions aérodynamiques	87
4.2	Corrélations aux données extraites de la soufflerie	89
4.2.1	Installations de la soufflerie 8	89
4.2.2	Particularités du modèle de simulation soufflerie	90
4.2.3	Méthodologie expérimentale pour l'étude d'une FSAE	92
4.2.4	Résultats tirés de la campagne en soufflerie	95
4.3	Validation sur piste en conditions réelles	101
4.3.1	Méthodologie et capteurs	101
4.3.2	Traitement des données extraites	103
4.3.3	Comparaisons aux modèles de simulation	104
4.4	Comparaisons entre la SLSM et la CSM	106
4.4.1	Méthodologie de comparaison	106
4.4.2	Comparaison des solutions similaires	108
4.4.3	Comparaison à la littérature	110
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS		113
ANNEXE I	ÉLÉMENTS DE THÉORIE LIÉS À LA MÉCANIQUE DES FLUIDES	115
ANNEXE II	CARTES AÉRODYNAMIQUES GÉNÉRÉES PAR LES MODÈLES SLSM ET CSM	127
ANNEXE III	PLAN D'EXPÉRIMENTATION POUR LA VALIDATION EN SOUFFLERIE AÉROACOUSTIQUE	131
BIBLIOGRAPHIE		133

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 0.1	Comparaison des meilleurs temps pour chaque épreuve de FSAE Electric 2024 aux temps de Formule ÉTS avec et sans aérodynamique .. 6
Tableau 0.2	Nombre de points gagnés et perdus grâce aux performances aérodynamiques 7
Tableau 1.1	Récapitulatif des influences de l'angle de lacet sur les forces aérodynamiques 17
Tableau 2.1	Clé de lecture de la Ronde 9 du FSAE TTC - Essais latéraux en virage pur 29
Tableau 2.2	Enveloppe de fonctionnement dynamique d'une FSAE 36
Tableau 2.3	Paramètres d'entrée et de sortie pour le modèle de dynamique du véhicule 40
Tableau 3.1	Comparaison des caractéristiques de calcul pour des tailles de domaine différentes 64
Tableau 3.2	Comparaison des caractéristiques de calcul pour des tailles de domaine différentes 65
Tableau 3.3	Diagnostic et critères de qualité du maillage volumique 77
Tableau 3.4	Métriques de stabilité des moniteurs aérodynamiques 85
Tableau 4.1	Carte aérodynamique en conditions de piste 105
Tableau 4.2	Comparaison des paramètres utilisés pour les simulations SLSTM et CSM 107
Tableau 4.3	Comparaison des résultats et différences entre les modèles SLSTM et CSM 108
Tableau 4.4	Corrélation SLSTM/CSM basée sur les observations de Keogh 111

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 0.1	Victoire de Formule ÉTS en Croatie 1
Figure 0.2	MANIC-23 à l'autocross de FSG2023 3
Figure 0.3	Influence de l'aérodynamique sur le temps au tour 5
Figure 0.4	Temps passé en conditions de ligne droite et virage 8
Figure 0.5	Dimensions standardisées du skidpad 9
Figure 2.1	Couplage aérodynamique-dynamique du véhicule 25
Figure 2.2	Comparaison du positionnement de la voiture 26
Figure 2.3	Comparaisons de différents types de pneus 27
Figure 2.4	Instrumentation d'essai de Calspan 28
Figure 2.5	Comparaison des données brutes et filtrées du FSAE TTC 30
Figure 2.6	Application de la Formule de Pacejka 32
Figure 2.7	Carte thermique pour $F_Y(\alpha, F_Z)$ 32
Figure 2.8	Comparaison des modèles bi et quadricycle 34
Figure 2.9	Carte aérodynamique du CLA en conditions de piste 37
Figure 3.1	Dimensions de DELTA-25 41
Figure 3.2	Diagramme de fonctionnement de DELTA-25 42
Figure 3.3	Influence des coefficients aérodynamique 44
Figure 3.4	Éléments aérodynamiques de DELTA-25 45
Figure 3.5	Arbre de dépendance de l'assemblage MFN 46
Figure 3.6	Analyse MFN des monocoques MANIC et DELTA 46
Figure 3.7	Répartition des forces par éléments 47
Figure 3.8	Comparaison des assemblages 48

Figure 3.9	Modifications appliquées au modèle MFN	49
Figure 3.10	Conditions Limites au niveau des roues de DELTA-25 - SLSM	51
Figure 3.11	Conditions Limites au niveau des roues de DELTA-25 - CSM	52
Figure 3.12	Définition des conditions aux limites des domaines	58
Figure 3.13	SLSM : Conditions limites de vitesse	59
Figure 3.14	CSM : Conditions limites de vitesse	60
Figure 3.15	Définition du domaine fluide final en SLSM	62
Figure 3.16	Définition initiale du domaine fluide en CSM	63
Figure 3.17	Étude de la taille de domaine	64
Figure 3.18	Séparation de l'assemblage en <i>Surface Wrappers</i>	67
Figure 3.19	Comparatif avant/après l'opération de <i>Surface Wrappers</i>	68
Figure 3.20	Exemple d'une génération ascendante de maillage	68
Figure 3.21	Exemple d'une génération descendante de maillage	69
Figure 3.22	Vue supérieure du maillage CSM	70
Figure 3.23	Vue latérale du maillage SLSM	71
Figure 3.24	Énergie cinétique turbulente dans le sillage raffiné	72
Figure 3.25	Boîtes de raffinement pour le contact roue-sol	73
Figure 3.26	Correspondance des valeurs de y^+ aux sous-couches de la CL	74
Figure 3.27	Zoom sur le maillage d'une aile, incluant les couches PRISM	75
Figure 3.28	Vérification du Y^+ au voisinage des frontières de DELTA-25	78
Figure 3.29	Étude de l'influence de la taille de base du maillage	79
Figure 3.30	Étude de l'influence du nombre CFL	81
Figure 3.31	Étude de l'influence du facteur de sous-relaxation	82
Figure 3.32	Résidus de la solution de base en SLSM	83

Figure 3.33	Résidus de la solution Skidpad	84
Figure 3.34	Comparaison des décollements sur l'aileron arrière	85
Figure 4.1	Plan technique de la Soufflerie n°8	90
Figure 4.2	Système de contrôle de la couche limite de la soufflerie 8	91
Figure 4.3	Modèle MFN adapté aux conditions de soufflerie	92
Figure 4.4	Dispositif de réplication du sillage des roues - 2023	93
Figure 4.5	Schéma de la réplication de sillage - DELTA-25	94
Figure 4.6	Effets de sillages liés à la rotation de la roue	94
Figure 4.7	Effets de sillages autour de roues statiques	95
Figure 4.8	Comparaison des valeurs de CDA à différentes vitesses	96
Figure 4.9	Comparaison des valeurs de CLA à différentes vitesses	97
Figure 4.10	Différences locales entre le modèle de MFN et les données expérimentales	98
Figure 4.11	Variations du CSA en fonction des angles de lacet et de roulis	99
Figure 4.12	Prédictions des valeurs d'appui en fonction de l'angle de lacet	100
Figure 4.13	Influence du roulis sur les caractéristiques d'appui aérodynamique	101
Figure 4.14	Tubes de suspension équipés de capteurs de charge	102
Figure 4.15	Données d'appui aérodynamique récoltées en piste	103
Figure 4.16	Appui aérodynamique en fonction de la vitesse	104
Figure 4.17	Comparaison des sillages entre les modèles SLSM et CSM	109
Figure 4.18	Structure du sillage observé en SLSM et CSM	110

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

ABS	<i>Anti-lock Braking System</i>
CAD	<i>Computer Assisted Design</i>
CAO	Conception Assistée par Ordinateur
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
CFL	(condition de) Courant-Friedrichs-Lewy
CG	Centre de Gravité
CIR	Centre Instantané de Rotation
CSM	<i>Cornering Simulation Model</i>
DES	<i>Detached Eddy Simulation</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
DRS	<i>Drag Reduction System</i>
EDP	Équations aux Dérivées Partielles
ESP	<i>Electronic Stability Program</i>
ÉTS	École de Technologie Supérieure
FEA	<i>Finite Element Analysis</i>
FDS	<i>Finite Difference Splitting</i>
FRH	<i>Front Ride Height</i>
FSAE	<i>Formula SAE</i>
FVM	<i>Finite Volume Method</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
HPC	<i>High Performance Computing</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
MF	<i>Magic Formula</i>
MFN	Mécanique des Fluides Numériques
MRF	<i>Moving Reference Frame</i>

MUSCL	<i>Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws</i>
PISO	<i>Pressure-Implicit with Splitting of Operators</i>
Rad	Rayon (de virage)
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>
RRF	<i>Rotating Reference Frame</i>
RRH	<i>Rear Ride Height</i>
RSM	<i>Reynolds Stress Model</i>
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations</i>
SIP	<i>Strong Implicit Procedure</i>
SLSM	<i>Straight-Line Simulation Model</i>
SST	<i>Shear Stress Transport</i>
SW	<i>Surface Wrappers</i>
TTC	<i>Tire Test Consortium</i>
WT	<i>Wind Tunnel</i>

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

a	Distance longitudinale entre le centre de gravité (CG) et l'essieu avant
a_1	Constante du modèle de turbulence $k - \omega$ SST
a_{cg}	Accélération résultante au centre de gravité
$a_x, A_{x,max}$	Accélération longitudinale, accélération longitudinale maximale
$a_y, A_{y,max}$	Accélération latérale, accélération latérale maximale
AB% X	Balance aérodynamique longitudinale (répartition avant/arrière de l'appui, en %)
AB% Y	Balance aérodynamique latérale (répartition intérieur/extérieur de l'appui, en %)
B, C, D, E	Coefficients empiriques de la Formule Magique de Pacejka : facteur de raideur, facteur de forme, valeur de pic, facteur de courbure
c	Distance longitudinale entre le CG et l'essieu arrière (dynamique du véhicule)
$C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}$	Constantes empiriques du modèle de fermeture $k - \epsilon$
C_{DA} (CDA)	Coefficient de traînée aérodynamique multiplié par l'aire de référence
C_f, C_r	1) Rigidités de dérive (<i>cornering stiffness</i>) des trains avant et arrière (dynamique du véhicule); 2) C_f : coefficient de frottement pariétal local sur plaque plane
CG_x	Position longitudinale du centre de gravité (répartition des masses)
C_{LA} (CLA)	Coefficient de portance (appui) aérodynamique multiplié par l'aire de référence
C_{M_zA} (CM $_z$ A)	Coefficient de moment de lacet multiplié par l'aire de référence
C_μ	Constante du modèle $k - \epsilon$ reliant μ_t , k et ϵ
$C_p, C_{p,1}, C_{p,2}$	Coefficient de pression (adimensionnel)
C_{SA} (CSA)	Coefficient de force latérale aérodynamique multiplié par l'aire de référence
f_i	Forces volumiques (équations de Navier-Stokes)
$f(u)$	Fonction de flux d'une loi de conservation générique
F_1, F_2	Fonctions de mélange du modèle de turbulence $k - \omega$ SST
G_k, G_ω	Termes de production de k et ω

g	Accélération gravitationnelle ($9,81 \text{ m.s}^{-2}$)
G, G_s	Unité d'accélération exprimée en multiples de g (accélérations latérale/longitudinale)
h_{tot}	Épaisseur totale de la zone de maillage prismatique (couches PRISM)
k	Énergie cinétique turbulente, $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$
K	Gradient de sous-virage (<i>understeer gradient</i>)
L	Empattement du véhicule
m	Masse du véhicule
m_{tot}	Masse totale du véhicule (poids + charge aérodynamique)
n	Vecteur normal (condition limite de symétrie)
N	Nombre total de couches de maillage prismatique (PRISM)
p, p_1, p_2	Pression statique
P_k	Terme de production d'énergie cinétique turbulente
r	1) Vecteur position dans le référentiel en rotation ; 2) Taux de croissance géométrique des couches de maillage prismatique
R	1) Rayon de virage ; 2) Référentiel relatif mobile lié au véhicule
R^2	Coefficient de détermination
R_0	Référentiel absolu fixe lié à la piste
Re, Re_x	Nombre de Reynolds
RH	Garde au sol (<i>ride height</i>), statique et dynamique
S_{rot}	Terme source des forces fictives (Coriolis + centrifuge) dans le référentiel non-inertiel
$t^n, \Delta t$	Temps discret, pas de temps
u_i, u_j	Composantes du vecteur vitesse
u'_i, u'_j	Composantes fluctuantes de la vitesse (décomposition de Reynolds)
u_{abs}, u_{rel}	Vitesse absolue, relative
$U_\infty, V_\infty, V_{inf}$	Vitesse de l'écoulement libre
u_L, u_R	États gauche et droit d'un problème de Riemann local

u_τ	Vitesse de frottement pariétal, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$
U	Vitesse tangentielle du véhicule
v	Vitesse de référence pour le calcul aérodynamique
V_{corn}	Vitesse de virage
V_{max}	Vitesse maximale
V_{sol}	Vitesse tangentielle imposée à la paroi mobile représentant le sol
W_B	Empattement (<i>wheelbase</i>)
W_f, W_r	Charges verticales statiques sur les trains avant et arrière
W_R	Rayon de la roue (<i>wheel radius</i>)
W_T	Voie du véhicule (<i>track width</i>)
x_i, x_j	Coordonnées spatiales (convention d'Einstein)
y	Distance à la paroi
y_1	Hauteur (épaisseur) de la première maille au voisinage de la paroi
y^+, Y^+	Distance adimensionnelle à la paroi (<i>notation incohérente minuscule/majuscule selon les sections</i>)
Y_k, Y_ω	Termes de dissipation de k et ω (formulation de Wilcox)
Δx	Pas d'espace (taille de maille, condition CFL)
Δy_1	Hauteur de la première cellule de maillage prismatique
α	1) Angle de glissement (dérive) du pneu, générique (Formule de Pacejka) ; 2) Constante du modèle $k - \omega$ SST ($\alpha = 5/9$) ; 3) Coefficient de pondération d'un schéma de Runge-Kutta (α_k)
α_f, α_r (α_F, α_R)	Angles de glissement des trains avant et arrière (<i>deux notations utilisées selon les sections</i>)
α_y	Angle de glissement décalé, $\alpha_y = \alpha + S_H$ (Formule de Pacejka)
β	Angle de dérive du véhicule (<i>vehicle slip angle</i>)
β, β^*	Constantes du modèle de turbulence $k - \omega$ SST ($\beta = 3/40, \beta^* = 9/100$)
Γ_k, Γ_ω	Diffusivités effectives de k et ω (formulation de Wilcox)

δ	1) Angle de braquage (<i>steering angle</i>); 2) Épaisseur physique de la couche limite
δ_{ij}	Symbole (delta) de Kronecker
$\delta_{in}, \delta_{out}$	Angles de braquage des roues intérieure et extérieure
δ_m	Angle médian de direction (modèle bicycle)
$\epsilon (\bar{\epsilon})$	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (modèle $k - \epsilon$)
μ	Viscosité dynamique du fluide
μ_t	Viscosité turbulente (tourbillonnaire)
ν	Viscosité cinématique
ϕ	Angle de roulis (<i>roll angle</i>)
ϕ_{sens}	Coefficient (sensibilité) de roulis déterminé expérimentalement
Φ	Variable de référence de la Formule de Pacejka, $\Phi = B \cdot \alpha_y$
Φ_1, Φ_2	Arguments des fonctions de mélange F_1, F_2 du modèle $k - \omega$ SST
ψ	Angle de lacet (<i>yaw angle</i>)
ρ	Masse volumique du fluide (air)
$\sigma_k, \sigma_\omega, \sigma_{\omega 2}$	Constantes de diffusion du modèle $k - \omega$ SST
σ_e	Constante de diffusion du modèle $k - \epsilon$
τ	Tenseur des contraintes (visqueuses)
τ'_{ij}	Tenseur des contraintes de Reynolds
τ_w	Contrainte de cisaillement pariétale
$\Omega, \mathbf{\Omega}$	Vitesse angulaire (scalaire ; vecteur)
Ω_{XX}	Notation générique pour la vitesse rotationnelle d'une roue
ω	Taux de dissipation spécifique (fréquence turbulente), $\omega \propto \epsilon/k$

INTRODUCTION

0.1 Présentation et contextualisation

Évoluant parmi les 600 à 700 équipes en lice sur les circuits internationaux FSAE et Formula Student, Formule ÉTS s'est imposée comme une référence mondiale incontournable. Bien qu'opérant souvent avec un effectif restreint de moins de 30 étudiants, l'équipe représentant l'École de technologie supérieure (ÉTS) a conquis à maintes reprises les titres nord-américains et européens face à des équipes dont les effectifs étaient jusqu'à 10 fois supérieurs, supportées par des grands noms de l'automobile. Bien que toujours placée en position de challenger, Formule ÉTS s'est notamment classée 4ème mondiale en 2019, avant d'entamer une transition vers la propulsion électrique en 2020. Cette transition fut également couronnée de succès, avec des victoires écrasantes en Amérique du Nord et même une victoire en Europe pour MANIC-23, la deuxième voiture électrique de Formule ÉTS (figure 0.1).



Figure 0.1 Victoire de Formule ÉTS à FS Alpe Adria (Croatie, 2023, MANIC-23)

Depuis 1988, Formule ÉTS conçoit des prototypes de haute performance, repoussant sans cesse les frontières de l'ingénierie et de la technologie pour viser l'excellence absolue. L'intégration de piliers techniques majeurs tels que le châssis monocoque en fibre de carbone, une aérodynamique de pointe, une télémétrie avancée et des outils de simulation a permis à l'équipe de consolider son statut de leader en Amérique du Nord.

L'introduction de dispositifs aérodynamiques sur leurs prototypes au début des années 2010 a marqué un tournant décisif pour les performances de Formule ÉTS, permettant d'exploiter la vitesse du véhicule pour en maximiser la stabilité. Cette expertise a hissé Formule ÉTS au rang de pionnier mondial en aérodynamique, ses concepts inspirant désormais de nombreuses équipes concurrentes à travers le globe. Cette expertise témoigne également d'un engagement envers un standard d'excellence amenant les membres de cette équipe à se démarquer, devenir de meilleurs ingénieurs dans leurs futures carrières.

Les compétitions de Formule Étudiante, qu'elles soient nord-américaines (FSAE) ou européennes (FS), regroupent un ensemble d'épreuves auxquelles les membres de l'équipe doivent se soumettre pour engranger un maximum de points. Ces épreuves sont séparées en deux catégories, statiques et dynamiques. Les épreuves statiques sont des épreuves d'ingénieries, visant à déterminer la qualité de la technique ayant été mise en œuvre pour la conception de chaque prototype. On y retrouve par exemple l'épreuve de design, où l'équipe doit défendre ses choix de conception avec des arguments appuyés par des données simulées ou expérimentales.

Les épreuves dynamiques quant à elles symbolisent les épreuves où la voiture est en mouvement, généralement placée face à un chronomètre pour compléter un tracé prévu. Elles comprennent :

- L'**accélération** en ligne droite, d'une distance de 75 mètres, permettant de mesurer l'accélération longitudinale maximale de la voiture. Pour un véhicule électrique, cette épreuve permet également de noter la qualité de la transmission et des codes de contrôle de la puissance.

- Le **skidpad** qui est une figure en huit où le véhicule doit boucler deux tours de chaque côté afin de mesurer l'accélération latérale maximale subie. Le skidpad est également un moyen de mesurer la vitesse de passage en virage et représente un cas pratique important en aérodynamique.
- L'**autocross**, un tour de circuit comprenant des virages serrés, slaloms et lignes droites à puissance maximale. Ici, c'est la manœuvrabilité et l'agilité du véhicule qui est testée et comparée, représentant la métrique la plus brute de performance du véhicule dans des conditions variées.
- L'**endurance** qui est une extension de l'autocross où le véhicule doit parcourir 22 kilomètres sur un tracé exigeant. L'endurance, la fiabilité, la durabilité ainsi que la qualité de la télémétrie est ici testée avant la performance pure du véhicule. L'endurance pour un véhicule électrique est l'épreuve la plus difficile, et vaut pour 40% des points d'une compétition.



Figure 0.2 MANIC-23 durant l'épreuve de l'autocross de *Formula Student Germany* (Allemagne, 2023, MANIC-23)

Bien que les épreuves dynamiques de ces compétitions visent à juger la cohésion et la performance de chaque sous-assemblage du véhicule, l'aérodynamique s'est imposée comme l'un des axes de conception possédant le plus de potentiel pour augmenter les performances brutes d'un véhicule. En effet, d'une part, l'augmentation des charges verticales sur les pneus par la création d'appui aérodynamique permet d'augmenter les capacités d'accélération latérales, et donc la vitesse de passage en courbe. D'autre part, la gestion des tourbillons, turbulences et couches limites

peuvent permettre d'augmenter la vitesse de pointe en réduisant la traînée de la voiture, tout en augmentant sa stabilité. Finalement, la gestion du refroidissement des assemblages moteur ou batterie permet d'en augmenter drastiquement l'efficacité, et la performance.

Dans une compétition où la puissance moteur est limitée à 80 kW, l'importance de conserver sa vitesse de virage en virage est primordiale. Cependant, il est également critique de ne pas perdre une quantité d'énergie trop grande dans la traînée aérodynamique, la batterie étant l'assemblage le plus pesant du véhicule. L'aérodynamique du véhicule doit donc être étudiée et optimisée pour que le prototype soit le plus performant possible.

Un moyen efficace de jauger l'efficacité d'un ensemble aérodynamique est d'utiliser un algorithme visant à simuler le temps au tour d'un véhicule. En l'occurrence, Formule ÉTS développe depuis 2015 un code de calcul permettant d'estimer le temps au tour de leur prototype et prenant en compte les propriétés cinématiques, dynamiques, aérodynamiques et électriques. Une première comparaison pertinente est d'analyser les différences de temps au tour avec et sans éléments aérodynamiques.

La figure 0.3 illustre particulièrement ces différences de temps au tour, sur un circuit typique d'autocross FSAE. On y remarque qu'avec des éléments aérodynamiques, la voiture ne voit pas sa vitesse réduire autant que sa contrepartie sans aérodynamique dans les phases de freinage, témoignant donc d'une vitesse de passage en courbe plus élevée ce qui rejoint l'hypothèse d'une meilleure performance. Par ailleurs, la vitesse moyenne de la voiture avec des éléments aérodynamique est de 64 km/h, pour un temps au tour estimé à 40.58 secondes, une différence de 4.9 km/h et 3.21 secondes avec une voiture sans éléments, une amélioration des performances de 7.33%.

Cependant, si la présence de dispositifs aérodynamiques améliore la performance globale, elle implique des concessions, notamment au niveau du dimensionnement de la batterie par exemple.

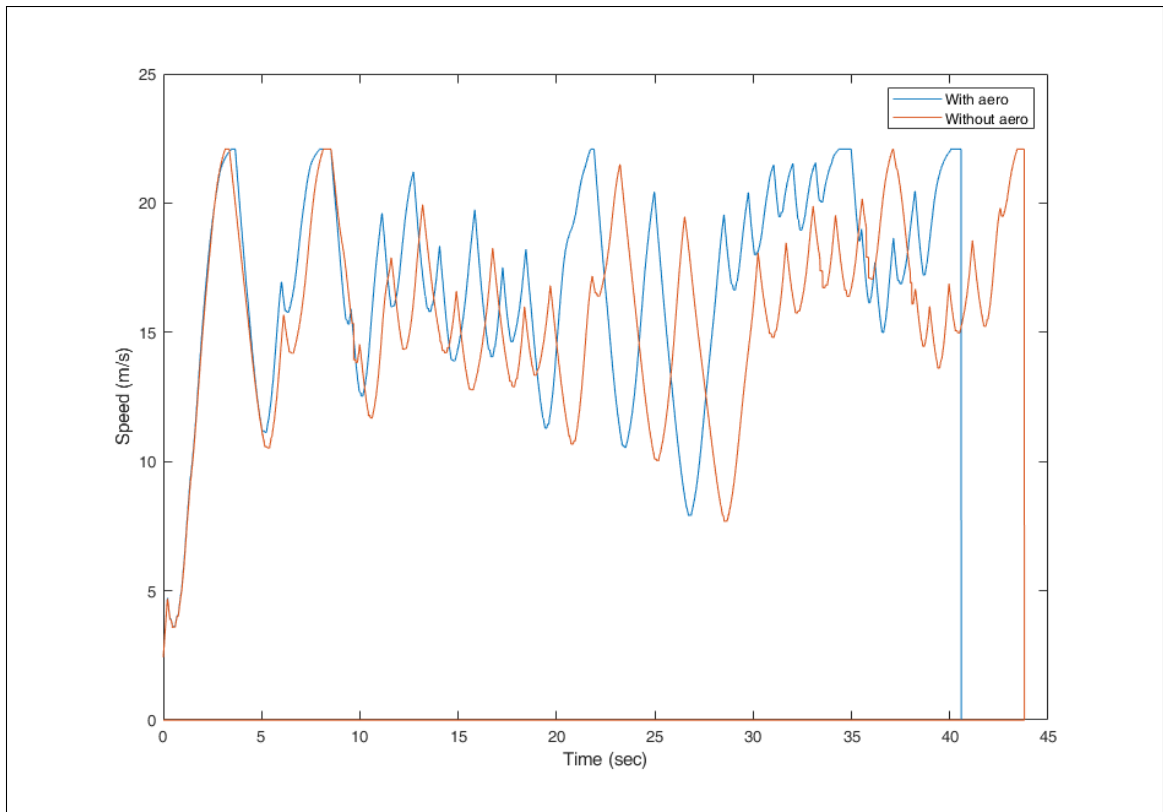


Figure 0.3 Simulation du temps au tour d'un prototype de FSAE avec et sans appendices aérodynamiques

En effet, DELTA-25, le prototype de Formule ÉTS pour la saison 2024-2025, est alimenté par un accumulateur de 600 V dont la capacité est de 6.9 kWh, pour un poids total de 49.6 kg dont 38.7 kg de cellules au lithium. Sans prendre en compte les phénomènes de freinage régénératifs, la présence d'appendices aérodynamiques impose une pénalité de 1.24 kWh sur la capacité de l'accumulateur durant l'épreuve d'endurance, uniquement à cause de la traînée aérodynamique. En théorie, la suppression de l'aérodynamique de DELTA-25 permettrait de réduire la masse de l'accumulateur de presque 7 kg, soit une réduction de la masse globale de la voiture de 9.5% en y ajoutant le poids des éléments. Cette pénalité peut être limitée par certains moyens, comme des ailerons actifs ou des systèmes de réduction de traînée à haute vitesse, qui permettent de limiter l'impact de la traînée sur l'énergie déployée pour faire avancer le véhicule.

Finalement, l'objectif principal des compétitions étant d'engranger le maximum de points, il est possible de s'intéresser aux gains provoqués par la présence d'une aérodynamique performante sur ce plan-ci. Pour cela, il faut en premier lieu s'intéresser aux différences de temps pour chaque épreuve.

Tableau 0.1 Comparaison des meilleurs temps pour chaque épreuve de FSAE Electric 2024 aux temps de Formule ÉTS avec et sans aérodynamique

Épreuve	FSAEE 2024 (s)	FETS Non-Aéro (s)	FETS Aéro (s)	Δ Temps (s)
Accélération	3.642	3.450	3.553	+0.103
Skidpad	4.898	5.020	4.650	-0.370
Autocross	46.776	48.242	45.140	-3.102
Endurance	1581.29	1620.38	1489.69	-130.69

Le tableau 0.1 permet de comparer les meilleurs temps réalisés lors de la compétition majeure nord-américaine, FSAE Electric, hors résultats de l'ÉTS, aux temps réalisés par la voiture de Formule ÉTS avec et sans éléments aérodynamiques. L'augmentation d'appui permet de gagner jusqu'à 10% de performance pour les épreuves de skidpad, autocross et endurance, au prix d'un temps légèrement moins bon pour l'épreuve d'accélération. Il est ensuite possible de reclasser ces temps dans les résultats officiels pour estimer les points gagnés et perdus par la présence d'aérodynamique sur le prototype.

Concluant les données du tableau 0.1, et prenant en compte des données acquises sur la piste autant que par des simulations de temps au tour, le tableau 0.2 prouve l'intérêt et la légitimité de l'aérodynamique pour les épreuves dynamiques des compétitions de FSAE, permettant au prototype de Formule ÉTS de théoriquement gagner 51 points de plus que sa version sans aérodynamique ; les concessions liées à l'aérodynamique sont nécessaires pour améliorer la performance du véhicule.

Tableau 0.2 Nombre de points gagnés et perdus grâce aux performances aérodynamiques

Épreuve	Points Max	Points sans Aéro	Points avec Aéro	Δ Points
Accélération	100	100	100	± 0
Skidpad	75	63.9	75	+11.1
Autocross	125	108.71	125	+16.29
Endurance	275	250.5	275	+24.5
TOTAL	575	523.11	575	+51.89

0.2 Méthodes de simulation aérodynamique

Dans le contexte de la Formule SAE et de la compétition automobile, la caractérisation des effets aérodynamiques permet de mieux comprendre et améliorer le comportement d'un prototype que ce soit en virage ou en ligne droite. L'innovation étant la fondation de la performance, les outils de simulation permettent de prévoir l'influence qu'aura une addition ou une modification hypothétique avant de la fabriquer. Ainsi, beaucoup d'équipes de sports mécanique, en particulier celles qui conçoivent et fabriquent leur propre voiture comme Formule ÉTS, sont dotées d'un groupe dédié à l'aérodynamique dont la responsabilité est de concevoir des éléments aérodynamiques plus performants en les simulant avec des outils d'analyse par éléments finis et de mécanique des fluides numérique (MFN). Les méthodes d'analyse par MFN sont généralement simplifiées afin d'améliorer la productivité, et voient les véhicules être étudiés dans des cas de ligne droite, ce qui permet d'utiliser des approximations symétriques et d'offrir des conditions similaires à celles d'une soufflerie pour pouvoir comparer ces modèles à une réalité physique contrôlée.

Cependant, si le modèle en ligne droite possède des avantages comme sa rapidité de calcul ou sa simplicité de mise en œuvre, il est par essence restreint à des études où l'air se déplace de front,

n'étant ainsi pas représentatif des conditions aérodynamiques réelles subies par un prototype de compétition. En effet, tel qu'introduit par la figure 0.4, la majorité du temps passé sur un circuit typique de FSAE relève des conditions de virage, c'est à dire avec un angle de volant supérieur à 20 degrés.

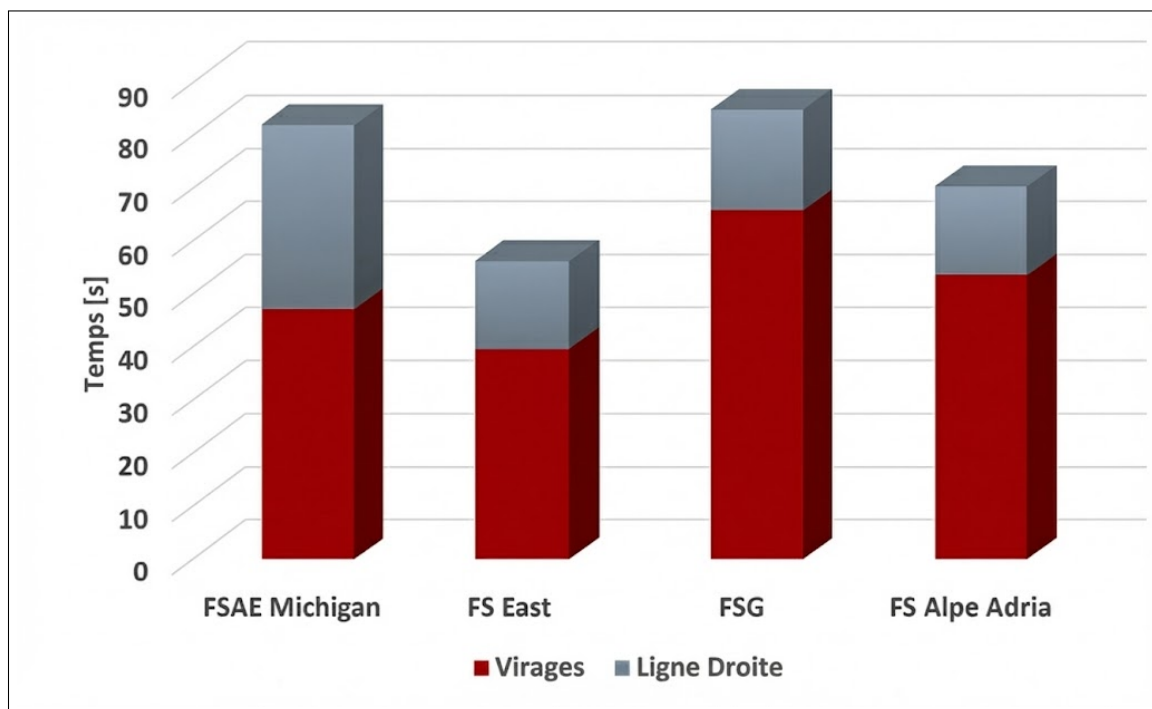


Figure 0.4 Comparaison des temps passés en ligne droite ou en virage sur un tour de plusieurs épreuves d'endurance

Il apparaît donc que la simulation en ligne droite ne permet pas de simuler la majorité des cas de figure asymétriques subis par un véhicule de course, du moins pas d'une manière suffisamment réaliste pour apporter de nouvelles pistes de conception. Plus important, c'est en virage que les propriétés aérodynamiques sont les plus importantes car c'est là qu'elles apportent un gain de performance par rapport à une voiture qui ne produit pas d'appui aérodynamique. Une première interrogation résiderait ainsi dans les différences de caractéristiques aérodynamiques d'un véhicule entre des conditions de virage et de ligne droite, remettant en cause la légitimité

des méthodes ligne droite en tant que modèle de simulation par défaut pour le développement d'éléments aérodynamiques. Dans le cas où les différences seraient avérées et quantifiables, la seconde interrogation porterait sur les influences de la dynamique du véhicule sur la production de forces aérodynamiques.

0.3 Cas de référence : le skidpad

Dans le cadre des compétitions de FSAE et de Formula *Student*, l'épreuve de skidpad est présentée comme l'épreuve permettant de distinguer les caractéristiques liées aux conditions de virage, notamment l'accélération latérale maximale. Les dimensions de l'épreuve de skidpad sont standardisées à travers toutes les compétitions, et donc bien plus facilement reproductibles que des pistes d'autocross ou d'endurance qui dépendent de chaque compétition.

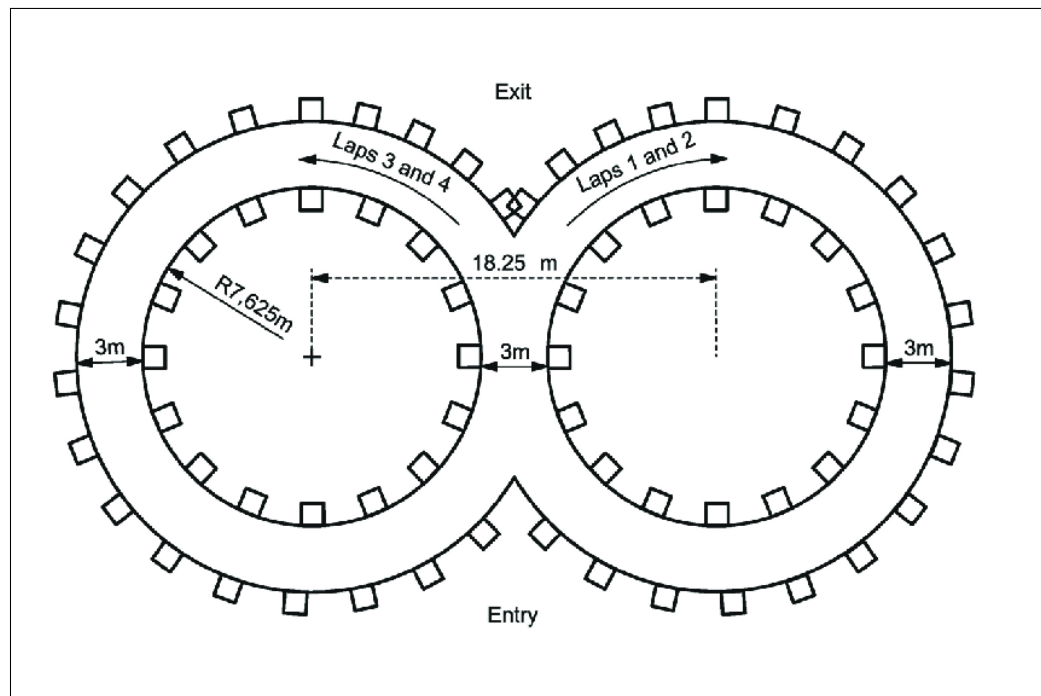


Figure 0.5 Dimensions standardisées de l'épreuve de skidpad en FSAE

Ces conditions sont également facilement reproductibles avec le modèle de simulation en virage, présentant un rayon suffisamment petit pour ne pas être trop coûteux à calculer, mais suffisamment élevé pour présenter une vitesse suffisante et modéliser une accélération latérale plausible et comparable à des données en piste. On utilise ainsi un rayon de 8.125 mètres ($7.625 + 1.5$) et une accélération comprise entre 1.5 et 2 Gs afin d'offrir des données comparables aux données en piste. Dans certains cas, le rayon de virage est étendu à 10 mètres afin d'artificiellement augmenter la vitesse et améliorer le critère d'indépendance au Reynolds.

Le skidpad représente également un cas de virage à un rayon suffisamment faible pour mettre en lumière des différences claires entre des cas rectilignes et des cas rotatifs. L'utilisation de ce cas particulier comme cas de référence permet d'assurer une optimisation particulière du modèle pour les conditions de skidpad, et donc une robustesse accrue des simulations numériques dans le cadre du développement d'appendices aérodynamiques optimisés pour cette épreuve.

0.4 Objectifs et méthodologie de recherche

L'objectif est donc ici de développer un modèle adapté à la simulation aérodynamique des conditions de virage afin de mieux comprendre leurs implications et de proposer une nouvelle méthode de simulation, impliquant de nouveaux axes de recherche, pour concevoir des éléments aérodynamiques plus performants. L'objectif final de ce travail est d'offrir un nouvel outil de simulation fiable et robuste, basé sur des conditions expérimentales observables, permettant l'analyse des écoulements aérodynamiques en virage sur les éléments nouvellement conçus.

Dans cette optique, nous débuterons par la création et la validation d'un modèle MFN de simulation en ligne droite, assurant une base solide à travers un modèle robuste à la convergence établie. Ce modèle sera ensuite validé grâce à une corrélation rigoureuse à des données expérimentales extraites d'essais en soufflerie. Cette validation visera à garantir la justesse des prédictions aérodynamiques tirées du modèle ligne droite, afin de pouvoir utiliser ce modèle

pour les prochaines phases de conception d'une Formule SAE. Une seconde phase de validation sera effectuée par comparaison contre des données acquises sur pistes, dans des conditions plus représentative que celles d'une soufflerie aérodynamique.

Dans un second temps, nous nous intéresserons aux spécificités de la simulation en virage, reliant la littérature aux conditions numériques nécessaires pour simuler avec justesse les conditions de virage. Un travail sera réalisé pour développer un modèle de dynamique du véhicule, basé sur les données pneumatiques tirées d'essais expérimentaux, qui permettra de déterminer le positionnement exact du véhicule dans un virage donné, pour un rayon et une accélération latérale considérée. Le modèle de MFN sera ensuite construit avec pour objectif de fournir des données plus poussées que les capacités du modèle en ligne droite. Ce modèle sera entièrement paramétré pour en faciliter l'utilisation et l'automatisation de la génération de données pour une géométrie considérée. Finalement, ce modèle sera validé par corrélation au modèle ligne droite, tirant parti de sa paramétrisation pour comparer une solution ligne droite à une solution quasi-ligne droite, dont le rayon de virage est de 250 mètres.

Pour cela, nous utiliserons des logiciels comme CATIA V5 et 3DEXPERIENCE pour les phases de Conception Assistée par Ordinateur (CAO), ainsi que des logiciels adaptés à la MFN comme StarCCM+ et OpenFOAM dont les calculs seront effectués sur les infrastructures HPC de l'Alliance de Recherche Numérique du Canada. En parallèle, des algorithmes seront développés à l'aide du langage Python, notamment pour la simulation de la dynamique du véhicule et le traitement des données extraites des simulations MFN. Les phases de validation, principalement en soufflerie, seront soutenues par Ford Motor Company, partenaires de Formule ÉTS depuis 2023, dans leurs infrastructures d'Allen Park.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

1.1 Simulation aérodynamique des véhicules terrestres

Dans la seconde moitié du vingtième siècle, l'étude de l'aérodynamique des véhicules terrestres s'est progressivement éloignée de la théorie classique des profils aérodynamiques pour évoluer vers un corpus de travaux dédié, traitant les véhicules routiers comme des corps non profilés tridimensionnels évoluant à proximité du sol. Cette évolution est synthétisée par Hucho dans *Aerodynamics of Road Vehicles*, qui fournit une vue d'ensemble complète des mécanismes de traînée, de portance et de force latérale, et propose une décomposition du champ d'écoulement en contributions de l'avant-corps, du soubassement, de la partie supérieure et du sillage (Hucho, 1998). Dans une revue ultérieure avec Sovran, il formalise davantage le rôle de la pression de culot, des tourbillons de montant de pare-brise (montants A), des bulbes de décollement de lunette arrière et de la stabilité au vent latéral, et relie ces caractéristiques aux tendances observées sur les véhicules de série (Hucho & Sovran, 1993). Ces travaux établissent le vocabulaire général et les représentations physiques qui sont désormais couramment utilisés pour interpréter les résultats expérimentaux et numériques des véhicules routiers.

Pour isoler de manière plus contrôlée les principaux mécanismes responsables de la traînée et de la portance, un certain nombre de géométries de référence simplifiées ont été introduites. Morel étudie la traînée aérodynamique de corps non profilés tridimensionnels représentatifs de voitures de tourisme, en faisant varier systématiquement la troncature arrière, l'allongement et l'arrondi des arêtes (Morel, 1978). Ses résultats montrent que des changements modérés de la forme arrière et des rayons de courbure peuvent entraîner de grandes variations de la pression de culot et de la traînée globale, soulignant ainsi le rôle central de la topologie du sillage décollé pour les véhicules terrestres. Ahmed, Ramm et Faltin suivent une philosophie similaire et proposent un modèle générique de type automobile constitué d'un corps rectangulaire avec une surface arrière inclinée (Ahmed, Ramm & Faltin, 1984). En faisant varier l'angle de cette inclinaison arrière, ils identifient des régimes d'écoulement distincts, allant de l'écoulement attaché à

l'écoulement décollé puis recollé sur la pente arrière, et finalement aux sillages totalement décollés, et corréler ces régimes avec les changements des coefficients de traînée et de portance. Le corps d'A Ahmed est depuis devenu l'un des cas de validation canoniques pour les études MFN en aérodynamique automobile et est aujourd'hui largement utilisé pour évaluer la capacité des approches RANS, DES et LES à prédire les sillages de corps non profilés.

D'autres formes génériques telles que le corps de Windsor et les modèles idéalisés de type *notchback* (tricorps), *fastback* (arrière fuyant) ou *squareback* (culot droit) étendent cette approche paramétrique à la conception de l'arrière du véhicule. Cooper, par exemple, introduit le corps de Windsor comme une géométrie idéalisée de type berline et documente en détail sa traînée, la distribution de pression en surface et les structures de son sillage (Cooper, 1985). Conjointement avec les configurations proposées par Morel et Ahmed, ces géométries définissent une hiérarchie de cas tests qui comblent le fossé entre les corps non profilés simples et les véhicules de série complets. Dans le contexte de la MFN, elles fournissent un ensemble de références progressivement plus complexes sur lesquelles les méthodes numériques, les modèles de turbulence et les stratégies de maillage peuvent être testés avant d'être appliqués aux simulations de véhicules complets.

L'influence des roues et leur interaction avec le sol a été clarifiée au début des années 1970 par Fackrell et Harvey, qui mesurent le champ d'écoulement et la distribution de pression autour d'une roue isolée en rotation à proximité immédiate d'une paroi plane (Fackrell & Harvey, 1973). Leurs expériences révèlent un écoulement hautement tridimensionnel avec un fort décollement au niveau des épaulements du pneu, un système complexe de tourbillons générés au niveau de l'aire de contact et une sensibilité significative de la traînée et de la portance de la roue à la rotation et à la garde au sol. Cogotti étend ensuite l'étude de l'aérodynamique des roues à des configurations plus proches des véhicules de série, en mesurant l'effet des roues en rotation et à l'arrêt, des différentes techniques de simulation du sol et des détails des passages de roues sur l'équilibre aérodynamique global (Cogotti, 1983). Combinés aux décompositions de traînée et de portance de Hucho (Hucho, 1998), ces travaux démontrent que les roues et l'écoulement de soubassement peuvent représenter une fraction substantielle de la traînée totale et influencer

fortement la portance de l'essieu avant, rendant leur représentation précise essentielle dans les modèles MFN tant pour les voitures de tourisme que pour les voitures de course.

L'aérodynamique du soubassement et du diffuseur constitue une autre composante importante de l'aérodynamique des véhicules terrestres. Les études expérimentales rapportées par Hucho, Morel, Cooper et d'autres montrent comment la garde au sol, la rugosité du soubassement et la géométrie du diffuseur contrôlent le débit massique sous le véhicule, la distribution de pression sur le fond plat et l'apparition du décollement dans la région du diffuseur (Hucho, 1998; Morel, 1978; Cooper, 1985). Ces observations sont souvent interprétées à travers des analogies simplifiées avec les tubes de Venturi et les diffuseurs, où le soubassement se comporte comme une section convergente et le diffuseur comme une section divergente avec une récupération de pression limitée en présence d'une forte croissance de la couche limite. Pour la MFN, ces résultats fournissent des orientations pratiques sur le choix des conditions aux limites (sol mobile ou fixe), sur la fidélité géométrique requise dans la région du soubassement et sur la nécessité de modèles de turbulence capables de traiter le décollement et les tourbillons de coin dans les diffuseurs.

Pour les configurations à fort appui aérodynamique, Katz revisite bon nombre de ces idées sous l'angle de l'aérodynamique des voitures de course, en mettant l'accent sur les ailerons en effet de sol, les fonds plats et les diffuseurs (Katz, 1995). Son travail combine des concepts d'aérodynamique classique, tels que les profils en proximité du sol et la portance tourbillonnaire, avec des mesures en soufflerie sur des géométries de monoplaces et de voitures de sport, et met en évidence le fort couplage entre la garde au sol, l'assiette (angle de piqué), les réglages d'ailerons et la distribution résultante d'appui et de traînée. Cette synthèse orientée vers la course automobile complète les traitements plus généraux des véhicules routiers de Hucho et Sovran (Hucho, 1998; Hucho & Sovran, 1993), et s'avère particulièrement pertinente pour l'interprétation des résultats MFN concernant les voitures à roues découvertes, les diffuseurs et les systèmes d'ailerons en effet de sol.

Pour une première approximation, les écoulements du fond plat et du diffuseur peuvent être idéalisés comme des écoulements unidimensionnels incompressible à travers un canal à section variable $A(x) = b h(x)$, où b est une largeur du canal, et $h(x)$ la hauteur. La conservation de la masse donne donc :

$$\dot{m} = \rho A(x) u(x) = \rho b h(x) u(x) = \text{cst} \quad (1.1)$$

pour qu'entre deux points 1 et 2 le long du fond plat

$$u_2 = u_1 \frac{A_1}{A_2} = u_1 \frac{h_1}{h_2} \quad \text{pour une largeur fixe } b \quad (1.2)$$

En négligeant les pertes de charge, l'équation de Bernouilli le long d'une ligne de courant entre ces deux points donne

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \quad (1.3)$$

qui, combinée à la vitesse de Venturi, donne la perte de pression associée à une réduction de la surface du fond plat. En termes de coefficients de pression basés sur la pression dynamique de référence $\frac{1}{2} \rho U_\infty^2$, l'on écrit

$$C_{p,2} - C_{p,1} = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{U_\infty^2} \quad (1.4)$$

pour qu'une augmentation de vitesse locale sous le véhicule ($u_2 > u_1$) est associée à une réduction de pression statique $p_2 < p_1$ et donc une augmentation d'appui aérodynamique.

Pour la partie diffuseur, la récupération de pression entre la gorge t du diffuseur et sa sortie e est souvent caractérisée par un coefficient de pression adimensionnel.

$$C_{p,\text{rec}} = \frac{p_e - p_t}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (1.5)$$

qui est liée par la valeur initiale idéale, en fluide parfait, obtenue des équations précédentes et réduites en pratique par l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite et une possible séparation au niveau du diffuseur.

Les effets du vent latéral et la dynamique instationnaire du sillage ont été documentés à l'aide de modèles génériques et de véhicules à l'échelle réelle. Le Good et Garry analysent les forces et moments aérodynamiques s'exerçant sur un véhicule routier simplifié soumis à un écoulement incident en lacet, et montrent comment la répartition des points d'arrêt, les lignes de décollement et les structures tourbillonnaires évoluent avec l'angle de lacet (Le Good & Garry, 2004). Watkins et Vino réalisent des mesures à l'échelle réelle dans des conditions de vent naturel et relient le comportement instationnaire du sillage aux forces latérales et aux moments de lacet subis par le véhicule (Watkins & Vino, 2008). Ces études complètent les investigations stationnaires et quasi-stationnaires sur les corps non profilés décrites ci-dessus et fournissent des cibles de validation supplémentaires pour les simulations instationnaires RANS, DES et LES de véhicules terrestres évoluant dans des environnements de vent latéral réalistes.

En particulier, Roberts relie l'angle de lacet affecté à un aileron et détermine que le lacet affecte négativement la production de déportance par une distribution de pression asymétrique, provoquant une perte pouvant atteindre jusqu'à 10% (Roberts, Correia, Finnis & Knowles, 2016) et affectant les tourbillons de bord d'aile significativement. Howell étend la porte de l'étude en lacet à des véhicules de tourisme, notant une croissance de la traînée aérodynamique avec l'angle de lacet jusqu'à une valeur de 15 degrés, attribuant cette augmentation à la génération de force latérale et à une asymétrie de la distribution de déportance (Howell, 2015). Un récapitulatif des effets liés à l'angle de lacet est proposé dans le tableau 1.1.

Tableau 1.1 Récapitulatif des influences de l'angle de lacet sur les forces aérodynamiques

Angle de lacet	Déportance	Traînée	Force Latérale	Note
0°	100%	100%	100%	Conditions de référence
15°	90%	115%	100%+	Création de force latérale

1.2 Influence des conditions de virage

L'analyse de la performance en virage nécessite une compréhension couplée de la dynamique du véhicule et de l'aérodynamique, puisque la génération de force latérale, le transfert de charge et l'appui aérodynamique contribuent tous à l'accélération latérale réalisable et aux marges de stabilité du véhicule. Du côté de la dynamique du véhicule, le développement de modèles plans simplifiés et de représentations des forces des pneumatiques a fourni un cadre compact pour décrire le comportement en virage en régime permanent et transitoire. Ces concepts sont rassemblés dans les ouvrages classiques de Gillespie et de Milliken, qui présentent de manière systématique le modèle linéaire monotrace (largement connu sous le nom de modèle bicyclette) et la formulation associée du gradient de sous-virage (Gillespie, 1992; Milliken & Milliken, 1995). Dans ces modèles, le véhicule est réduit à un seul essieu avant et arrière, chacun représenté par une paire de pneus équivalente, et l'équilibre des forces latérales, l'équilibre du moment de lacet ainsi que les relations cinématiques sont utilisés pour dériver les expressions de l'accélération latérale, de la vitesse de lacet et de l'angle de dérive en fonction de l'angle de braquage. Le cadre résultant permet une décomposition claire du comportement en virage en contributions issues des rigidités de dérive avant et arrière, des propriétés de masse et d'inertie, et des paramètres géométriques tels que l'empattement et la voie.

Pour un simple modèle bicyclette stationnaire, l'équilibre des forces latérales et des moments se fait au voisinage du centre de gravité (CG) est décrit comme

$$ma_y = F_{yf} + F_{yr} = m \frac{U^2}{R} \quad (1.6)$$

$$a F_{yf} - b F_{yr} = 0 \quad (1.7)$$

où m est la masse du véhicule, a et b sont les distances entre le CG et les trains avant/arrière, U est la vitesse tangentielle, R est le rayon de virage et F_{yf} , F_{yr} sont les forces latérales exercées sur les trains avant et arrière. Une hypothèse linéaire sur le comportement du pneu donne

$$F_{yf} = C_f \alpha_f \quad F_{yr} = C_r \alpha_r \quad (1.8)$$

avec C_f et C_r les rigidités de dérive pour les trains avant et arrière, et α_f , α_r les angles de glissement correspondants. Résoudre les équations donne une relation générale entre l'angle de braquage δ et l'accélération latérale

$$\delta = \frac{L}{R} + K \frac{a_y}{g} \quad (1.9)$$

où $L = a + b$ est l'empattement, g est l'accélération gravitationnelle, et K est le gradient de sous-virage défini par

$$K = \frac{W_f}{mgC_f} - \frac{W_r}{mgC_r} \quad (1.10)$$

avec W_f et W_r les charges verticales sur les trains avant et arrière. Un K positif correspond à une tendance au sous-virage, tandis qu'un K négatif implique une tendance au sur-virage (Gillespie, 1992).

La capacité prédictive de tels modèles dépend de manière critique de la description des forces des pneumatiques en conditions de glissement combiné, où les glissements longitudinaux et latéraux, l'angle de carrossage et la charge verticale varient tous durant le virage. Cette problématique est traitée en détail par Pacejka, qui introduit le modèle de pneu dit de la « *Magic Formula* » (MF) et le développe en un cadre général pour représenter les forces latérales et longitudinales ainsi que les moments d'auto-alignement sur de larges plages de conditions de fonctionnement (Pacejka, 2002). Dans cette approche, les forces des pneus sont exprimées comme des fonctions non linéaires des variables de glissement et de la charge normale, utilisant un petit nombre de coefficients pouvant être identifiés à partir de données d'essais. Milliken intègre ces modèles de pneus dans des analyses plus élaborées du comportement quasi-stationnaire et transitoire des voitures de course, incluant les effets du carrossage, de la répartition de la rigidité antiroulis et de la distribution de l'appui aérodynamique sur les essieux avant et arrière (Milliken & Milliken, 1995). Genta et Rajamani étendent la discussion vers des modèles à plusieurs degrés de liberté et des modèles orientés contrôle, respectivement, où la dynamique en virage est intégrée dans des modèles de véhicule complet incluant la flexibilité des suspensions, les mouvements de roulis et de tangage, ainsi que des systèmes actifs tels que l'ABS (*Anti-lock Braking System*), l'ESP

(*Electronic Stability Program*) et la direction active (Genta, 1997; Rajamani, 2006). Ensemble, ces travaux définissent l'état actuel des pratiques en modélisation de la dynamique du véhicule en virage, allant des simples modèles bicyclette linéaires aux représentations multi-corps haute fidélité et orientées contrôle.

Dans le cadre de la formule magique de Pacejka, les forces latérales stationnaires générées par un pneu pour un chargement vertical donné est exprimé par

$$F_y(\alpha) = D \sin \{C \arctan [B (\alpha - E (B\alpha - \arctan(B\alpha)))]\} \quad (1.11)$$

où α est l'angle de glissement, et B , C , D et E sont des coefficients empiriques contrôlant respectivement la rigidité, la forme, le pic et la courbure des caractéristiques de forces latérales et longitudinales (Pacejka, 2002). Pour des conditions de glissement combinées, des termes additionnels sont introduits pour prendre en compte l'interaction entre le glissement longitudinal et latéral.

L'aérodynamique en virage ajoute un niveau de complexité supplémentaire, car les forces et moments aérodynamiques dépendent de l'angle de lacet, de l'angle de roulis, de l'angle de braquage et de la garde au sol, et varient donc de manière significative entre les conditions de ligne droite et celles de virage. Hucho et Sovran discutent de l'influence du vent latéral et de l'écoulement en lacet sur la distribution de pression et le décollement autour des véhicules routiers, et soulignent les changements qui en résultent sur la force latérale, le moment de lacet et la portance (Hucho, 1998; Hucho & Sovran, 1993). En virage stabilisé, le véhicule subit un écoulement relatif avec un angle de lacet non nul dû à la composante de vitesse latérale, et les modifications associées de la répartition des points d'arrêt, des lignes de décollement et des systèmes tourbillonnaires peuvent avoir un impact fort sur les charges aérodynamiques latérales et verticales. Katz revisite ces questions sous l'angle des voitures de course, en mettant l'accent sur le comportement des ailerons avant et arrière, des diffuseurs et des fonds plats en effet de sol sous des conditions de lacet et de roulis (Katz, 1995). Son analyse montre, par exemple, comment l'angle d'attaque effectif et la garde au sol locale d'un aileron en effet de sol varient le

long de l'envergure dans un virage, conduisant à un chargement asymétrique et à un déplacement du centre de poussée, et comment la combinaison de l'accélération latérale, des mouvements de roulis et de pilonnement influence la performance des diffuseurs et des tunnels de Venturi.

Les contributions aérodynamiques à la force latérale, la portance et le moment de lacet peuvent être décrits de manière adimensionnelle comme :

$$F_Y = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_Y(\beta) \quad F_Z = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_L(\beta) \quad (1.12)$$

$$M_Z = \frac{1}{2} \rho U^2 A L C_N(\beta) \quad (1.13)$$

où ρ est la masse volumique de l'air, A est l'aire de référence (frontale), L la longueur caractéristique, et C_Y , C_L et C_N sont les coefficients de dérive, portance et lacet qui dépendent de l'angle de dérive effectif β du véhicule (Hucho, 1998; Hucho & Sovran, 1993; Katz, 1995). En situation de virage stationnaire, β est influencé par l'angle de dérapage et par la présence de vents transversaux qui augmentent les variations de $C_Y(\beta)$, $C_L(\beta)$ et $C_N(\beta)$, affectant directement la capacité de force latérale, les transferts de charge et, finalement, la stabilité du véhicule.

L'interaction entre l'aérodynamique et la dynamique du véhicule en virage est encore compliquée par les effets instationnaires et par la présence de vents latéraux et de rafales. Le Good et Garry examinent les forces et moments agissant sur un modèle simplifié de voiture de tourisme dans un écoulement en lacet, et documentent l'évolution de la force latérale, du moment de lacet et de la portance en fonction de l'angle de lacet et du nombre de Reynolds (Le Good & Garry, 2004). Leurs résultats fournissent des données détaillées de pression de surface et de forces qui sont maintenant largement utilisées pour valider les prédictions MFN de véhicules terrestres en position de lacet. Watkins et Vio étendent cette ligne de travail à des véhicules à l'échelle réelle soumis au vent naturel, et relient les structures de sillage instationnaires et les forces fluctuantes à la stabilité et à la tenue de route du véhicule dans des conditions de vent latéral (Watkins & Vio, 2008). Lorsqu'elles sont combinées aux cadres de dynamique du véhicule quasi-stationnaires discutés ci-dessus (Gillespie, 1992; Milliken & Milliken, 1995; Pacejka, 2002), ces études fournissent la base pour des modèles intégrés dans lesquels les forces des

pneumatiques, le transfert de charge ainsi que les forces et moments aérodynamiques sont traités de manière couplée.

En plus de ces cadres classiques de dynamique du véhicule et de ces études aérodynamiques quasi-stationnaires, un certain nombre d'auteurs ont proposé des modèles mathématiques et numériques plus détaillés visant spécifiquement les conditions de virage. Preda et Ciolan formulent un modèle mathématique de véhicule adapté à l'étude des manœuvres en virage, partant des équations planes du mouvement et incorporant les caractéristiques des forces des pneus, le transfert de charge latéral et la dynamique du système de direction dans une représentation unifiée (Preda & Ciolan, 2012). Leur approche étend le modèle bicyclette linéaire traditionnel (Gillespie, 1992; Milliken & Milliken, 1995) en conservant un niveau plus élevé de non-linéarité dans la dynamique latérale et de lacet, permettant ainsi l'analyse des limites de stabilité et des réponses transitoires dans des scénarios de virage plus exigeants. De tels modèles constituent un pont naturel entre les traitements analytiques simplifiés utilisés dans les études conceptuelles et les simulations multi-corps haute fidélité employées dans les investigations détaillées de dynamique du véhicule.

Du côté aérodynamique, Keogh et ses collaborateurs se concentrent explicitement sur les particularités des conditions d'écoulement en virage autour des véhicules terrestres. Dans un article SAE, Keogh et al. (Keogh, Barber, Diasinos & Doig, 2015) passent en revue et comparent plusieurs techniques pour l'analyse aérodynamique des véhicules en virage, y compris les méthodes d'essai en soufflerie, les approximations de route courbe et les approches MFN basées sur des référentiels tournants ou sur un écoulement incident en lacet imposé combiné à une accélération latérale (Keogh *et al.*, 2015). Leurs travaux de doctorat ultérieurs fournissent un examen plus détaillé des effets aérodynamiques des conditions d'écoulement en virage, en mettant l'accent sur les changements dans la distribution de pression, les structures tourbillonnaires et les coefficients de forces aérodynamiques qui surviennent lorsqu'un véhicule suit une trajectoire courbe plutôt qu'une ligne droite (Keogh, 2016). Ces études soulignent que l'aérodynamique en virage ne peut être adéquatement capturée en superposant simplement l'aérodynamique en ligne droite avec une composante de vent latéral, et elles mettent en évidence la nécessité de

conditions d'écoulement et de conditions aux limites cohérentes avec la dynamique du véhicule sous-jacente.

Une perspective complémentaire et plus fondamentale sur l'aérodynamique en virage en effet de sol est offerte par Patel et al., qui étudient l'effet du virage sur l'aérodynamique d'un aileron multi-éléments évoluant près du sol (Patel, Garmory & Passmore, 2021). Dans leurs travaux, l'aileron est soumis à des conditions cinématiques représentatives d'un véhicule en virage, et les changements résultants sur la portance, la traînée et le moment de tangage, ainsi que sur la distribution de charge en envergure, sont quantifiés. L'étude montre que les conditions d'écoulement en virage introduisent des asymétries significatives dans le champ de pression et modifient à la fois la grandeur et la distribution de l'appui aérodynamique par rapport à une opération en ligne droite et sans lacet en effet de sol. Ces résultats sont particulièrement pertinents pour les configurations de voitures de course, où les ailerons multi-éléments en effet de sol sont des contributeurs clés à l'adhérence latérale, et ils fournissent des données de référence utiles et un aperçu physique pour la validation des modèles MFN visant à capturer la dynamique et l'aérodynamique couplées en virage.

Pris dans leur ensemble, les modèles mathématiques de véhicule de Preda et Ciolan (Preda & Ciolan, 2012), les méthodologies expérimentales et numériques spécifiques au virage de Keogh (Keogh *et al.*, 2015; Keogh, 2016), et l'étude canonique de l'aileron en effet de sol de Patel et al. (Patel *et al.*, 2021) étendent les cadres classiques de Gillespie, Milliken, Pacejka et Katz (Gillespie, 1992; Milliken & Milliken, 1995; Pacejka, 2002; Katz, 1995) vers un traitement plus intégré de la dynamique du véhicule et de l'aérodynamique en virage. Ils fournissent également des cibles de validation et des lignes directrices de modélisation supplémentaires pour les simulations couplées présentées dans ce travail, dans lesquelles les forces des pneumatiques, le transfert de charge et l'aérodynamique en effet de sol avec lacet sont traités dans un cadre cohérent basé sur la MFN.

Le présent travail vise à combler l'écart entre les travaux de Roberts, Keogh, et ceux de Howell en appliquant la méthodologie du référentiel en rotation à un véhicule de haute performance

complet, et à des fins de conception. Les informations tirées de ce modèles permettront de mieux comprendre les distributions asymétriques des propriétés aérodynamiques, fournissant des informations supplémentaires utiles à la conception de sous-systèmes reliés à la dynamique du véhicule.

CHAPITRE 2

ÉLÉMENTS DE DYNAMIQUE DU VÉHICULE

Le domaine de la dynamique du véhicule, c'est à dire l'étude et la formalisation des phénomènes mécaniques et charges internes à un véhicule influençant son comportement (Milliken & Milliken, 1995; Gillespie, 1992), prend une place particulière pour les véhicules de compétition dont l'aérodynamique repose en partie sur les effets de sol pour créer une déportance qui va augmenter la charge verticale du véhicule. Les choix de conception sur la suspension ou les pneus imposent des caractéristiques dynamiques particulières au véhicule lors de son chargement. Ces caractéristiques et les mouvements associés (tangage, roulis, lacet) influent directement une production de déportance extrêmement sensible. En retour, la modification des effets aérodynamiques en jeu va modifier les charges verticales reçues par l'assemblage des suspensions, ajustant les mouvements propres du véhicule. Cette boucle d'influence est le fondement de l'utilisation d'effets aérodynamiques dans les sports mécaniques, dont l'étude en conditions de virage force à prendre en compte la dynamique du véhicule dans le cadre d'un couplage entre ce domaine et l'aérodynamique.

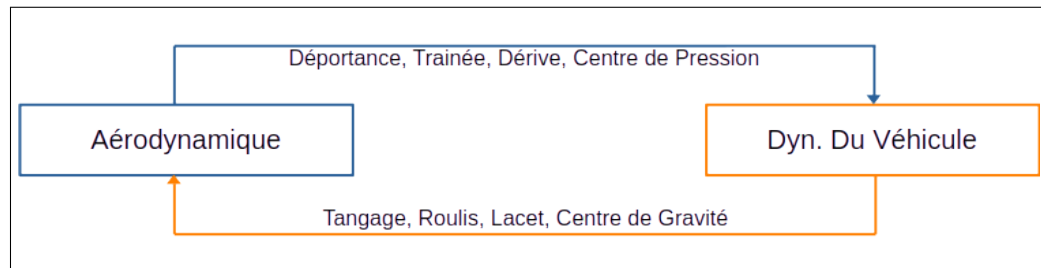


Figure 2.1 Couplage aérodynamique-dynamique du véhicule et leurs principales variables

Ainsi, les éléments pneumatiques, de suspension et même de châssis doivent être considérés lors d'une étude des caractéristiques de virage d'un véhicule. Pour cela, des modèles mathématiques basés sur des données expérimentales ont été créés afin de simuler fidèlement le positionnement de la voiture pour un cas de virage considéré. Ce positionnement est ensuite intégré dans la simulation MFN qui va générer des cartes aérodynamiques en fonction des paramètres

dynamiques, cartes qui affineront elles-même le modèle dynamique jusqu'à atteindre un certain seuil de convergence sur la précision de ce couplage. La figure suivante illustre la différence de positionnement du véhicule entre les conditions de ligne droite et les conditions théoriques d'un virage de rayon 8.125 mètres, au travers d'une vue normale au plan YZ.

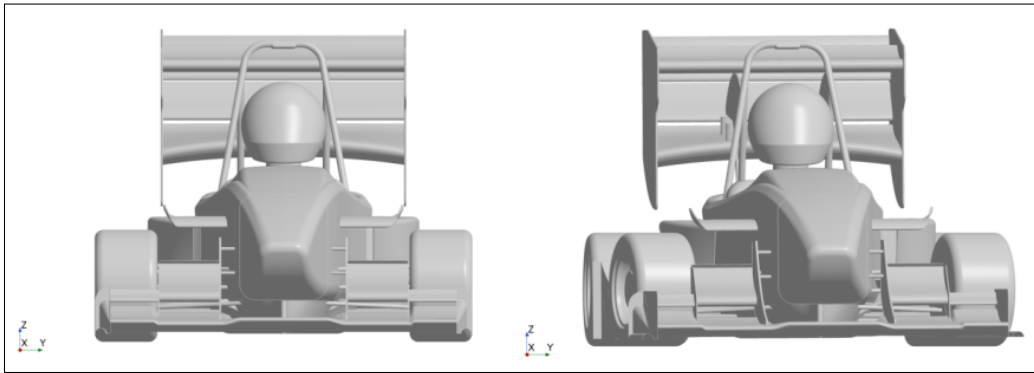


Figure 2.2 Vue de face du positionnement de la voiture en ligne droite (gauche) et pour un virage de Skidpad (droite)

On étudiera ainsi l'influence primaire des caractéristiques pneumatiques sur les angles de glissement et de dérive du véhicule, on s'intéressera ensuite aux éléments cinématiques qui définissent les comportements de roulis, tangage, et centres de rotation avant de déterminer une enveloppe de fonctionnement dynamique pour le prototype DELTA-25. Les effets transitoires, notamment liés à l'amortissement seront cependant mis à l'écart au profit d'une étude en régime permanent, moins coûteuse numériquement. On terminera finalement en intégrant tous ces paramètres dans le modèle de MFN pour une paramétrisation complète et intelligente.

2.1 Modèle pneumatique

DELTA-25 voit montés sur des jantes des pneus de la marque Hoosier, au format 16x7.5-10 d'une composition R20, des pneus mous mondialement reconnus et spécialement développés pour les prototypes de FSAE les plus exigeants, tirant profit des tailles minimales de jantes autorisées en compétition. En effet, leur taille réduite permet de limiter l'influence aérodynamique de leur sillage ainsi que d'accélérer la chauffe du pneu en piste, augmentant drastiquement l'adhérence

en maintenant une température optimale de la gomme. Finalement, de par leurs caractéristiques dynamiques et bien qu'étant parfaitement adaptés aux masses mises en jeu dans les meilleurs prototypes, le composé R20 est reconnu pour offrir une certaine tolérance et fiabilité de pilotage, limitant les effets de l'angle de glissement sur la génération de force latérale après le pic d'adhérence.

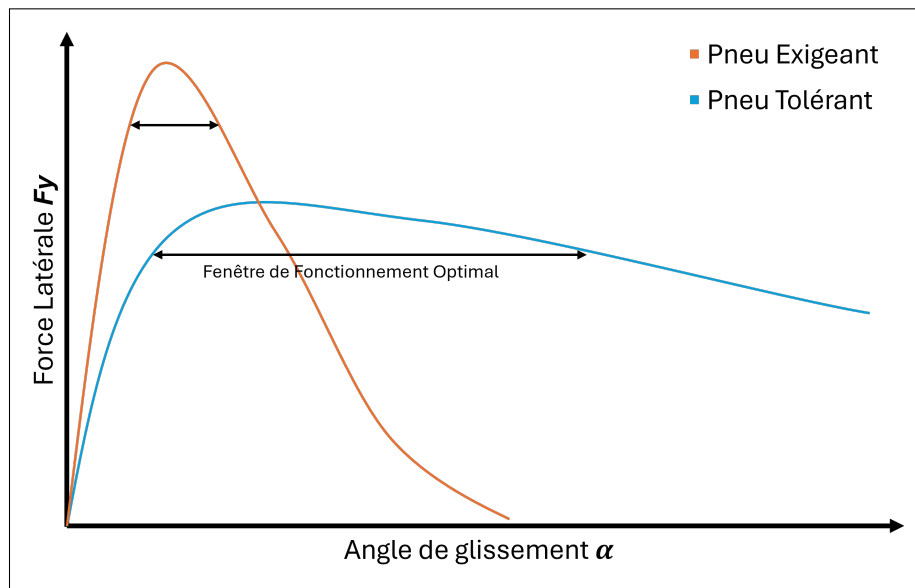


Figure 2.3 Fenêtre de fonctionnement optimal pour des pneus hautes performance et des pneus tolérants (R20)

L'intérêt est ici de connaître les caractéristiques du pneu, notamment sa génération de forces latérale et longitudinale en fonction des angles de glissement et des charges verticales exercées sur le pneu, en établissant un modèle prédictif basé sur la Formule Magique (Pacejka, 2002) à partir de données expérimentales.

2.1.1 Données pneumatiques expérimentales

Une caractérisation semi-officielle de ces pneus existe au travers du *FSAE Tire Test Consortium (TTC)*. Ces essais, menés par *Milliken Research* en partenariat avec le centre d'essai de Calspan aux États-Unis à Buffalo, NY, visent à caractériser expérimentalement les propriétés des pneus

communément utilisés en FSAE afin d'offrir aux équipes étudiantes, moyennant donation, des informations cruciales sur leur comportement en fonctionnement et leur permettre de dresser des modèles pneumatiques prédictifs utilisés pour prédire la performance de leur véhicule le plus précisément possible. Ces données sont confidentielles en droit des conditions souscrites lors de l'inscription de Formule ETS au FSAE TTC.

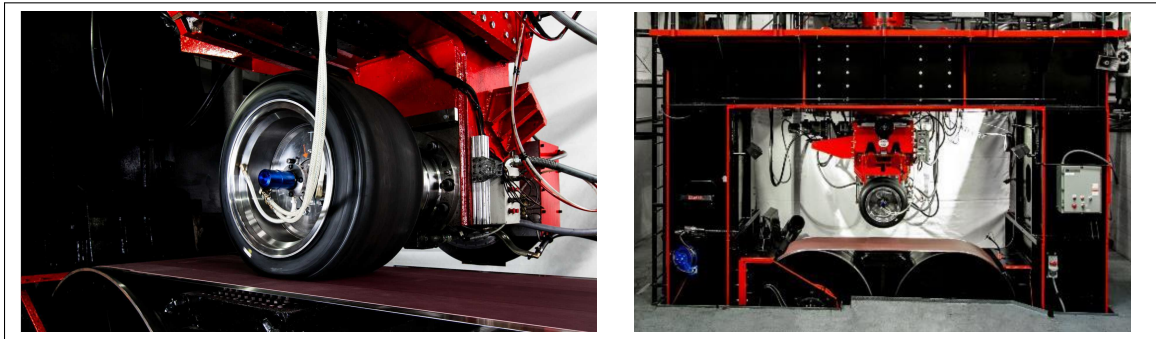


Figure 2.4 Instrumentation utilisée pour le FSAE TTC,
Ronde 9 - *Calspan Tire Performance Facility*

Les données pour le pneu Hoosier 16x7.5-10 R20 font partie de la Ronde 9 des essais effectués dans les infrastructures de Calspan. Deux catégories d'essais sont menés sur ce pneu :

- Des essais en roue libre où le pneu n'est soumis à aucune contrainte longitudinale liée à un transfert de couple. Le but est ici de reproduire des conditions de virage en glissement latéral pur afin de déterminer la force latérale produite par la déformation du pneu à certains angles de glissement. Ces tests sont reproduits à différentes pressions de gonflage afin de couvrir un maximum de conditions de roulage. Ces données permettent entre autre d'aboutir à l'accélération latérale maximum théorique subie par la voiture.
- Des essais à angle nul où l'on applique un couple au pneu afin de mesurer ses réactions à l'accélération et au freinage afin de déterminer les taux de glissement longitudinaux. Ces tests permettent de caractériser les accélérations maximales et servent, dans le cadre FSAE EV, à calibrer la distribution de puissance et de freinage.

Les données brutes sont ensuite exportées vers des fichiers .dat qui regroupent toutes les informations du tir concerné pour la ronde. Une clé est fournie au travers d'un document annexe afin de pouvoir faire correspondre chaque test avec chaque fichier. La clé de lecture tirée de la documentation officielle du FSAE TTC concernant les essais latéraux est présentée dans le tableau 2.1 :

Tableau 2.1 Clé de lecture de la Ronde 9 du FSAE TTC - Essais latéraux en virage pur

Trains Roulants			Essais Latéraux (Virage)					
Pneu		Jante	Trans.	12-1 psi	10, 14 psi	8 psi	12-2 psi	Speed T.
Hoosier	16x7.5-10 R20	7in	2	4, 5	4, 5	6	6	6
Hoosier	16x7.5-10 R20	8in	7	8	8	9	9	9
Hoosier	16x6.0-10 R20	6in	10	11	11	12	12	12
Hoosier	16x6.0-10 R20	7in	13	14	14	15	15	15

En combinant les sets de données entre les essais longitudinaux et latéraux, il est théoriquement possible de créer un modèle pneumatique complet basé sur les travaux de Pacejka et, ainsi, créer une formule globale prédisant les forces latérales et longitudinales du pneu pour des conditions de virage connues. (Pacejka, 2002)

2.1.2 Exploitation des données

Dans le cadre de notre étude, en régime permanent, l'intérêt est porté exclusivement sur la génération de force latérale, laissant de côté les essais longitudinaux. L'objectif n'est ici pas de recréer un modèle pneumatique complet, mais de déterminer les angles et forces mis en jeu dans le cas de MFN considéré.

Les données de ces fichiers peuvent être facilement filtrées par paramètres afin d'isoler les points intéressants. L'extraction est réalisée par un algorithme Python qui exporte les courbes de forces en fonction du glissement pour des charges verticales données et une pression de gonflage de 10 psi. La figure 2.5 permet de comparer les données brutes aux données filtrées. Le filtrage est

opéré en premier lieu sur les conditions de pression du pneu (10 ± 1 psi), l'angle de carrossage de la roue (0 ± 0.1 deg), et sur les charges verticales ($((200, 400, 600, 800) \pm 50\text{N})$).

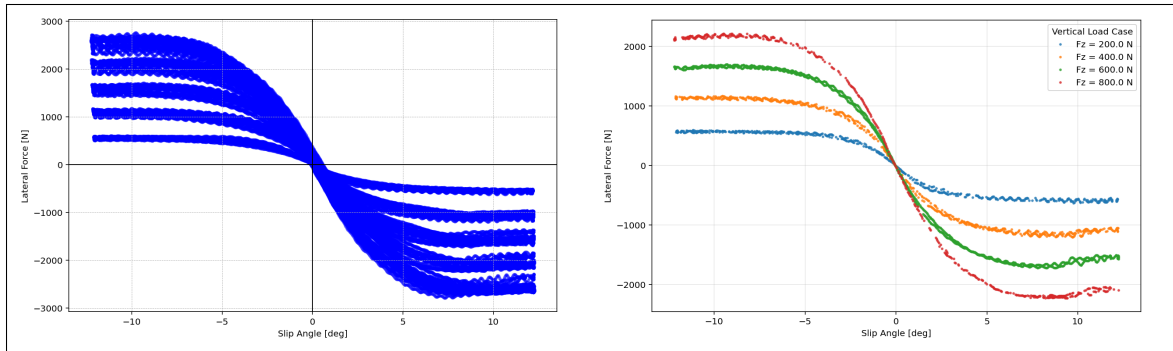


Figure 2.5 Comparaison des données brutes (gauche) et filtrées (droite) issues des essais de Calspan dans le cadre du FSAE TTC

L'enveloppe de charge verticale de ces données correspond aux chargements observés sur DELTA-25 : un prototype de 190 kg, piloté par un homme de 70 kg avec une charge aérodynamique maximale en virage de 80 kg, développant donc une charge moyenne de 833.34 N par pneus. Les transferts de charges transitoires dépassent ponctuellement cette enveloppe en conditions réelles de conduite. On en conclut que ces données s'appliquent bel et bien aux cas de charges d'un prototype de Formule SAE, et sont pertinentes dans le cadre du développement d'un modèle de dynamique de véhicule adapté à la conception d'éléments aérodynamiques.

Une fois filtrées, l'objectif est de généraliser ces données à travers une formule qui permettra d'estimer l'angle de glissement et la force latérale pour un cas de charge verticale donné, quel qu'il soit. Une première étape est de monter une approximation par la méthode des moindres carrés de chacune des séries de données filtrées en utilisant la Formule Magique de Pacejka comme base (Pacejka, 2002).

$$\text{Décalages : } \alpha_y = \alpha + S_H \quad (2.1)$$

$$\text{Référence : } \Phi = B \cdot \alpha_y \quad (2.2)$$

$$\text{Équation principale : } F_{y0} = D \sin (C \arctan (\Phi - E(\Phi - \arctan(\Phi)))) \quad (2.3)$$

$$\text{Force finale : } F_y = F_{y0} + S_V \quad (2.4)$$

où F_y est la force latérale développée par le pneu, α est l'angle de glissement du pneu, B est le facteur de raideur, C est le facteur de forme, D est la valeur de pic, E est le facteur de courbure, S_V et S_H sont les décalages verticaux et horizontaux.

En appliquant la méthode des moindres carrés, la valeur de ces coefficients est déterminée pour chacun des quatre cas de charges extraits du FSAE TTC. Une fois ces coefficients calculés, l'objectif est de créer une formule générale dont les paramètres sont dépendants du chargement vertical F_Z d'une manière analogue. Le facteur de raideur est approximé par une fonction quadratique de la forme $ax^2 + bx + c$ tandis que les autres paramètres sont approchés par une fonction affine de la forme $ax + b$.

La figure 2.6 illustre la qualité de l'approximation par moindres carrés en comparant les données brutes aux modèles particulier et général. On y voit que la formulation générale issue de la formulation magique de Pacejka suit de manière extrêmement fiable les tendances expérimentales, attestant de la qualité de prédiction du modèle pour la génération de force latérale. L'utilisation de ces forces couplées aux formulations de Gillespie (Gillespie, 1992) devrait fournir des approximations précises à propos des angles adoptés par la voiture en virage.

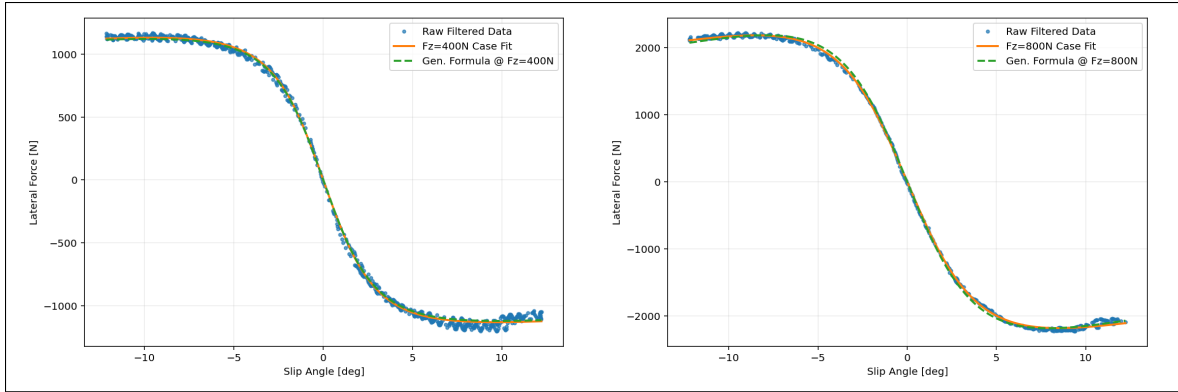


Figure 2.6 Superposition des modèles mathématiques de Pacejka sur les données brutes du FSAE TTC

La formulation générale est représentée de manière continue dans la figure 2.7. Cette représentation permet de mieux remarquer les extremums locaux, donc les conditions pour lesquelles le pneu produit le maximum de force latérale. On y comprend que l'angle optimale de glissement du pneu, générant le maximum de force latérale, reste le même indépendamment de la charge verticale.

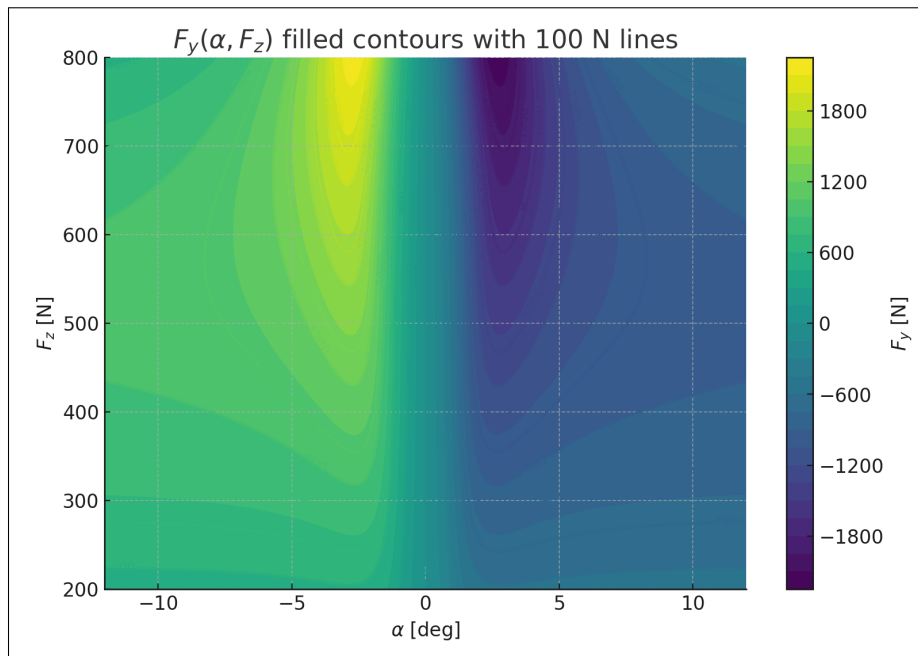


Figure 2.7 Carte thermique pour $F_Y(\alpha, F_Z)$

Ce modèle, bien qu'extrêmement simpliste, est suffisant pour les besoins d'une étude en régime permanent où les forces longitudinales sont négligées, puisque la voiture est étudiée comme étant à la corde du virage, en régime stabilisé. Dans ces conditions, on estime que la majorité, sinon la totalité, du pneu est sollicité latéralement, mettant en valeur les accélérations maximales atteignables latéralement. Les accélérations tirées de ce modèle sont par ailleurs cohérentes avec les accélérations maximales mesurées sur le véhicule par des accéléromètres.

2.2 Modèles bi et quadricycle

Dans le cadre de la simulation en dynamique du véhicule, il existe plusieurs manières de modéliser un véhicule et ses propriétés avec différents degrés de fidélité généralement symbolisés par des degrés de liberté.

Le modèle ponctuel constitue le niveau d'abstraction le plus fondamental en simulation de dynamique du véhicule. Dans cette approche, l'intégralité du véhicule est réduite à une masse unique concentrée en son centre de gravité, faisant abstraction des dimensions géométriques, de la cinématique de suspension et des moments d'inertie rotationnels. Les équations du mouvement se résument à l'application de la seconde loi de Newton sur un plan, où les forces propulsives et de freinage sont opposées aux forces résistives. Pour les manœuvres en virage, ce modèle ne simule pas la physique des pneumatiques individuellement mais contraint le véhicule à rester à l'intérieur d'une enveloppe de performance prédéfinie supposant que la force latérale maximale est le produit de la masse par un coefficient d'adhérence global. Bien qu'incapable de prédire les transferts de charge ou les comportements transitoires, le modèle ponctuel est extrêmement efficace en termes de coût de calcul pour les estimations de performance longitudinale pure et sert de base aux simulateurs de temps au tour quasi-stationnaires pour définir la trajectoire idéale et les vitesses limites théoriques avec un degré de précision satisfaisant.

Une amélioration significative en terme de modélisation de la dynamique du véhicule est le modèle bicycle, un outil de référence pour l'analyse fondamentale de la stabilité latérale et du comportement directionnel d'un véhicule. Cette approximation géométrique fusionne les deux

roues d'un même essieu en une roue unique située sur l'axe longitudinal médian du véhicule, réduisant ainsi le problème à deux degrés de liberté principaux : la vitesse latérale et la vitesse de lacet. Contrairement au modèle ponctuel, le modèle bicycle intègre les paramètres critiques du châssis tels que l'empattement, la position précise du centre de gravité et le moment d'inertie en lacet. Surtout, il introduit la modélisation du contact pneu-sol en considérant les angles de dérive et la rigidité de dérive, permettant de résoudre les équations de la dynamique latérale pour quantifier l'équilibre du véhicule comme le gradient de sous-virage ou de survirage malgré une impossibilité de gérer des suspensions asymétriques en conditions de virage, notamment des géométrie pro ou anti-Ackermann. Bien qu'il soit indispensable pour le dimensionnement initial de la direction et l'étude de la réponse transitoire, ce modèle présente une limitation majeure pour l'aérodynamique : en négligeant la voie du véhicule, il ne peut simuler ni le roulis, ni le transfert de charge latéral, rendant impossible la prédiction précise des variations d'assiette et de garde au sol en virage et donc les prédictions d'appui lié à l'effet de sol.

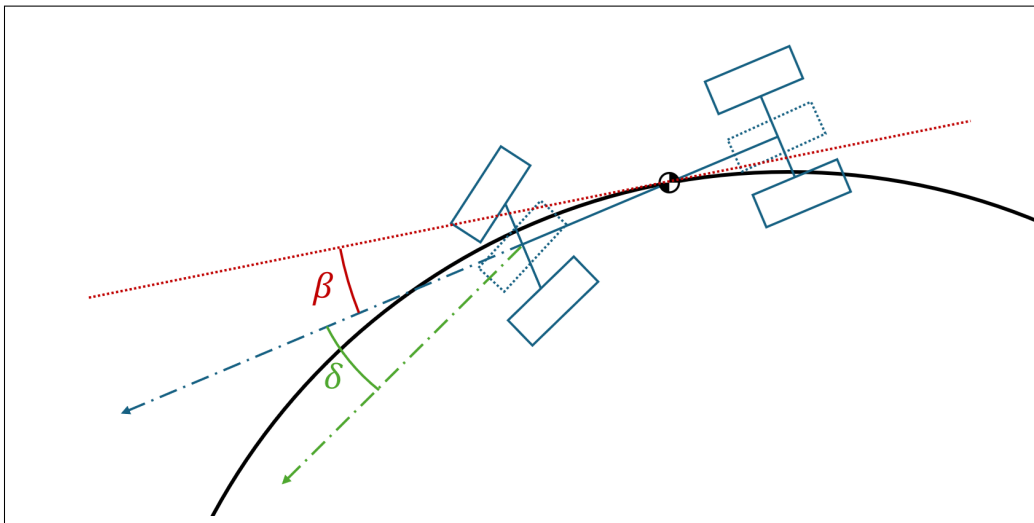


Figure 2.8 Comparaison des modèles bi et quadricycle en situation de virage

L'apogée de la fidélité en terme de simulation de la dynamique du véhicule est un modèle prenant en compte les quatre roues du prototype et s'affranchissant des simplifications géométriques en considérant le véhicule comme un système multi-corps complet disposant d'au minimum 6

degrés de liberté. Contrairement au modèle bicycle, cette approche modélise la cinématique de suspension indépendante aux quatre coins du véhicule, permettant de résoudre la répartition exacte des forces normales sur chaque pneumatique résultant du couplage complexe entre les transferts de charge longitudinaux (freinage/accélération) et latéraux (Genta, 1997; Rajamani, 2006). Pour l'ingénierie aérodynamique, ce modèle est incontournable : il est le seul capable de prédire les variations d'assiette dynamique telles que le tangage, le roulis et le pompage qui modifient en temps réel la garde au sol du fond plat et l'angle d'attaque des ailerons. Il permet ainsi de coupler une carte aérodynamique très poussée à la réponse mécanique du châssis pour optimiser la performance globale dans les phases transitoires critiques.

Dans le cadre de notre étude, un modèle bicycle est utilisé en première instance afin de déterminer les angles de lacet, tangage et dérive du véhicule. À cela on adjoint un facteur de sensibilité au roulis déterminé expérimentalement, de telle sorte à pouvoir approximer le roulis subi par le châssis en fonction de l'accélération latérale subie par la voiture et déterminer des cartes aérodynamiques à partir des 5 variables que sont la hauteur de caisse avant, la hauteur de caisse arrière, le lacet, le roulis et le tangage. Ce choix est majoritairement motivé par un besoin de connaître des informations assez globale sur le système véhicule, ainsi que par une simplicité relative de la modélisation numérique par rapport à un modèle quadricycle.

2.3 Enveloppe de fonctionnement

L'enveloppe de fonctionnement prévoit les conditions que la voiture devra observer pour une utilisation optimale dans le cadre d'une compétition de FSAE, c'est-à-dire durant les quatre épreuves dynamiques distinctes que sont l'accélération, le skidpad, l'autocross et l'endurance. Elle permet non seulement de définir les limites physiques extrêmes subies par le prototype, mais aussi de cerner avec précision les contraintes de conception. C'est sur ces paramètres qu'il faut jouer pour optimiser au maximum le véhicule, en trouvant le meilleur compromis entre fiabilité, rigidité et légèreté.

Cette enveloppe est définie en premier lieu par les cadres stricts des règlements des compétitions auxquelles le prototype participe. On y retrouve par exemple un rayon minimal de braquage, une capacité de freinage minimale, un déploiement d'énergie maximal ou une résistance minimale aux impacts et aux intrusions. Les limites imposées par les réglementations concernent majoritairement la sécurité du pilote et visent à créer un cadre sécuritaire pour les compétitions de Formula SAE.

Les objectifs de performance spécifiques fixés par l'équipe définissent, dans un second temps, des capacités physiques et techniques pour le prototype. Parmi ces objectifs, on trouve par exemple des objectifs de masse, des accélérations maximales et des indicateurs de performance caractérisés par des plages optimales de fonctionnement pour des paramètres donnés.

Ces limites de chargement servent de base de calcul fondamentale pour le dimensionnement et la validation de chaque composante structurelle de la monoplace. Ces limites de fonctionnement sont énumérées dans la tableau 2.2.

Tableau 2.2 Enveloppe de fonctionnement dynamique d'une FSAE

Paramètre	Symbole	Plage	Pertinence
Vitesse maximale	V_{max}	115 km/h	Point de charge aéro maximale
Vitesse de virage	V_{corn}	45–80 km/h	Zone critique d'optimisation de l'appui
Accél. latérale	$A_{y,max}$	1.5–2.0 g	Limite d'adhérence en virage pur
Freinage max	$-A_{x,max}$	1.5–1.8 g	Définit les limites de tangage (plongée)
Accél. longitudinale	$+A_{x,max}$	0.8–1.2 g	Définit les limites de tangage (cabrage)
Angle de roulis	ϕ	0.5°–1.5°	Modifie la garde au sol
Angle de tangage	θ	0.2°–1.0°	Critique pour les effets de sol
Angle de dérive	β	0°–5°	Angle du véhicule à l'air
Rayon de virage	R	6–50 m	Rayons de virage typiques
Garde au sol (Stat.)	RH	30 mm	Hauteur de caisse statique minimale
Garde au sol (Dyn.)	RH	15 mm	Hauteur de caisse dynamique minimale

2.4 Intégration au modèle MFN

L'un des objectifs du modèle CSM est d'être facilement utilisable lors du développement d'éléments aérodynamiques dont la portée est trop asymétrique pour le modèle ligne droite. Dans cette optique, on prévoit la possibilité de changer les conditions de la simulation en ne jouant que sur deux paramètres : l'accélération latérale et le rayon de virage. De ces deux paramètres découlent toutes les quantités nécessaires au calcul de la solution numérique à une fidélité satisfaisante (Gillespie, 1992).

En premier lieu une vitesse de référence est estimée grâce à l'équation $v = \sqrt{a_y \cdot R}$ pour le calcul des quantités aérodynamiques et l'initialisation du calcul. En parallèle, la vitesse de rotation du domaine au travers du cadre de référence est déterminée par

$$\sqrt{a_y} \cdot 9.81 \quad (2.5)$$

Une fois la vitesse de référence calculée, il est possible d'estimer la charge aérodynamique pour le cas considéré et, ultimement, la charge encaissée par les pneumatiques du prototypes. La charge aérodynamique initiale est estimée grâce aux cartes aérodynamiques déterminées par la simulation en ligne droite et ne dépend que des valeurs de hauteur de caisse avant (*Front Ride Height - FRH*) et arrière (*Rear Ride Height - RRH*) et de l'angle de tangage de la voiture. Pour DELTA-25 cette carte aérodynamique est référencée en figure 2.9.

CLA	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	-2.9230	-3.0013	-3.0090	-3.0326	-3.0340
	25	-3.0793	-3.1384	-3.1635	-3.1547	-3.1121
	30	-3.2150	-3.2245	-3.2550	-3.2260	-3.1210
	35	-3.2156	-3.2597	-3.2700	-3.2464	-3.1888
	40	-3.1770	-3.2441	-3.2590	-3.2158	-3.1690
R^2 = 0.9232						

Figure 2.9 Carte aérodynamique du CLA en conditions réelles de piste (ligne droite)

Une fois la charge verticale totale (masse + aérodynamique) connue, les éléments de dynamique du véhicule introduits dans la section 2.1 sont utilisés pour déterminer les forces latérales générées par les pneumatiques en condition de virage ainsi que les angles de glissement des trains avant (α_F) et arrière (α_R) dans un modèle bicycle. En utilisant ces angles de glissement, l'empattement de la voiture et le rayon de virage il est possible de déterminer l'angle médian de direction δ_m dans le modèle bicycle par la formulation

$$\delta_m = 57.3 \cdot \frac{W_B}{R} + \alpha_F - \alpha_R \quad (2.6)$$

de laquelle découle le calcul des angles de direction pour le pneu intérieur (δ_{in}) et le pneu extérieur (δ_{out}) après application des décalages imposés par la géométrie anti-Ackermann des suspensions avants.

Parallèlement, l'angle de lacet de la voiture ψ en condition de virage permanent est donné par le calcul de l'angle de dérive β tel que

$$\beta = \psi = 57.3 \cdot \frac{c}{R} - \alpha_R \quad (2.7)$$

Tandis que l'angle de roulis ϕ est rattaché directement à l'accélération latérale par une variable expérimentale de sensibilité au roulis ϕ_{sens} , propre à DELTA-25, tel que

$$\phi = \phi_{sens} \cdot a_y \quad (2.8)$$

ce qui permet d'estimer relativement précisément le positionnement de la voiture dans le modèle numérique. Cette précision est essentielle puisque l'angle de dérive, l'angle de roulis, ainsi que l'angle des roues, impacte significativement le développement du sillage en aval du véhicule, impact qui est également ressenti sur les quantités aérodynamiques mises en jeu.

La dernière étape est de calculer les vitesses de rotation de chacune des quatre roues du prototype grâce à des relations majoritairement géométriques. La vitesse de rotation de chacune des quatre roues est donnée par :

$$\Omega_{FL} = \frac{\sqrt{a_c g}}{W_R} \left[(W_B(1 - CG_x) + R \sin \beta)^2 + \left(\frac{W_T}{2} - R \cos \beta \right)^2 \right]^{1/4} \quad (2.9)$$

$$\Omega_{FR} = \frac{\sqrt{a_c g}}{W_R} \left[(W_B(1 - CG_x) + R \sin \beta)^2 + \left(\frac{W_T}{2} + R \cos \beta \right)^2 \right]^{1/4} \quad (2.10)$$

$$\Omega_{RL} = \frac{\sqrt{a_c g}}{W_R} \left[(-W_B CG_x + R \sin \beta)^2 + \left(\frac{W_T}{2} - R \cos \beta \right)^2 \right]^{1/4} \quad (2.11)$$

$$\Omega_{RR} = \frac{\sqrt{a_c g}}{W_R} \left[(-W_B CG_x + R \sin \beta)^2 + \left(\frac{W_T}{2} + R \cos \beta \right)^2 \right]^{1/4} \quad (2.12)$$

Les principaux paramètres mis en jeux dans cette modélisation de la dynamique du véhicule servant à modéliser le cas aérodynamique en MFN sont résumés dans le tableau 2.3.

Toutes les équations précédemment citées sont ensuite intégrées dans le logiciel Siemens STARCCM+ afin de créer une modèle MFN paramétrique, où l'objet étudié est déplacé en fonction des conditions de virage en s'appuyant sur la formule magique de Pacejka et les fondamentaux de la dynamique du véhicule.

Tableau 2.3 Paramètres d'entrée et de sortie pour le modèle de dynamique du véhicule

Paramètre	Symbole	Valeur	Pertinence / Unité
Accélération gravitationnelle	g	9,81	$[m.s^{-2}]$
Accél. latérale désirée	a_c	–	$[G]$
Rayon de virage	R	6–50 m	$[m]$
Vitesse tangentielle	V	–	$[m/s]$
Masse totale (poids + aéro)	m_{tot}	–	$[kg]$
Répartition des masses	CG_x	0,4879	$\emptyset$
Empattement	W_B	1525	$[mm]$
Rayon de la roue	W_R	0,2032	$[m]$
Voie du véhicule	W_T	1123	$[mm]$
Sensibilité au roulis	ϕ_{sens}	0,7	$[deg/G]$
Angle de direction	δ	–	$[deg]$
Vitesse rotationnelle	Ω_{XX}	–	$[rad/s]$
Angle de lacet	ψ	–	$[deg]$
Angle de roulis	ϕ	–	$[deg]$

CHAPITRE 3

ANALYSE DU DOMAINE ET TECHNIQUES DE DISCRÉTISATION

3.1 Cas d'étude de DELTA-25

Ce travail de recherche s'étendant depuis 2024, il s'appuie sur différents prototypes issus des ateliers de Formule ETS. On notera par exemple la récupération de données aérodynamiques acquises sur APEX-19, leur dernier prototype à combustion, mais également sur les prototypes de la série MANIC. Les analyses de ce mémoire s'effectueront toutefois sur le dernier prototype électrique de Formule ETS : DELTA-25.

3.1.1 Présentation générale et caractéristiques

DELTA-25 est la première itération de prototypes basés sur le châssis DELTA, une structure monocoque dont la masse et la forme aérodynamique ont été optimisées depuis la plateforme MANIC. Basée sur les règles du circuit nord-américain FSAE, elle respecte les dimensions minimales prévues par le règlement qui s'imposent comme les plus optimales pour la performance.

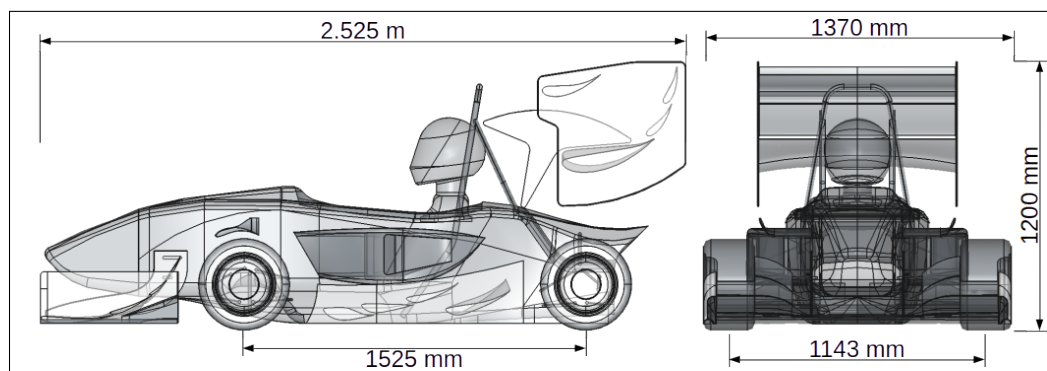


Figure 3.1 Dimensions géométriques principales du prototype DELTA-25

Comme la majorité des prototypes de Formula Student et FSAE, et à l'inverse de prototypes issus de la Formule 1 ou de LMdH, ce prototype se base sur une doctrine « *vehicle dynamics first*

» où la dynamique du véhicule est la composante jugée principale à la performance, impliquant que les compromis ne se font que rarement au détriment de l'aspect dynamique du véhicule et visent toujours à améliorer le comportement du prototype. Cette doctrine voit l'optimisation être basée principalement sur les économies de masse et la position du centre de gravité. Le diagramme simplifié de cette doctrine fait l'objet de la figure 3.2. Les liens bleus symbolisent des liaisons mécaniques, tandis que les flèches oranges représentent des liaisons électriques.

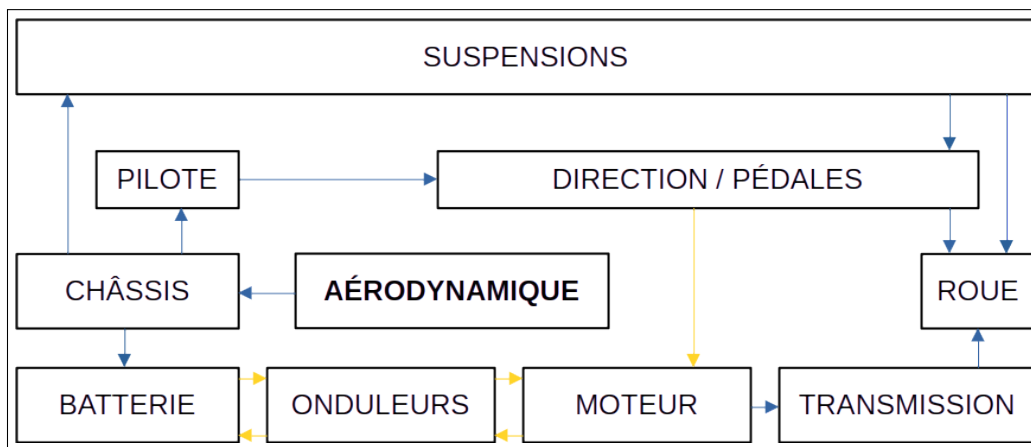


Figure 3.2 Diagramme de la doctrine de conception fonctionnelle de DELTA-25

Dans cette doctrine, les concepts aérodynamiques qui n'ont pas un objectif de refroidissement sont considérés comme des éléments additionnels et facultatifs, purement liés à la performance, dont la suppression n'affecte pas le reste du fonctionnement du prototype ni ne sabote drastiquement ses performances. En théorie, les éléments aérodynamiques doivent être fixés sur le châssis du prototype, afin d'augmenter les charges sur la suspension pour augmenter le frottement de la roue au sol et, finalement, augmenter la capacité d'accélération latérale. Toutefois, la doctrine de conception impose un poids réduit pour ces assemblages, raison pour laquelle tous les éléments aérodynamiques sont fabriqués en fibre de carbone. Ceci permet à l'assemblage aérodynamique-performance de n'avoir une masse que de 12 kilogrammes, soit environ 6% de la masse totale du prototype.

Parmi les principales caractéristiques techniques de DELTA-25, on peut noter par exemple un châssis monocoque entièrement réalisé en fibre de carbone pour une masse de 23 kilogrammes, une conception de suspension « *pull-rod* » sur le train avant et « *push-rod* » sur le train arrière basés sur un système d'amortisseurs découplés permettant de régler les caractéristiques de soulèvement et de roulis indépendamment. Du côté de la propulsion, un accumulateur de 600 V transmet jusqu'à 80 kW à quatre moteur-roues grâce à un algorithme de contrôle distribuant activement la puissance indépendamment à chaque roue. Ces technologies permettent à un prototype de moins de 200 kilogrammes d'atteindre des accélérations longitudinales et latérales supérieures à 2 Gs.

Les caractéristiques techniques de DELTA-25 sont optimisées pour être performantes dans le cadre des épreuves dynamiques de la Formule SAE. À ce titre, de manière analogue à tous les prototypes engagés, des compromis doivent être trouvés puisqu'il n'existe pas de formule parfaite. Il est donc important de comprendre les influences de chaque sous-assemblage de la voiture sur la métrique globale de temps au tour.

3.1.2 Conception aérodynamique

Dans le cas des assemblages aérodynamiques, l'augmentation d'appui s'accompagne d'une augmentation de la traînée aérodynamique. Grâce à des algorithmes de simulation de temps au tour développés par Formule ETS sur MATLAB, il est possible de déterminer l'influence globale d'une modification d'appui ou de traînée comme en témoignent les graphiques de la figure 3.3.

Pour ces graphiques, les valeurs références de temps au tour sont fixées pour $C_L A = 4.0 \text{ m}^2$ $C_D A = 2.0 \text{ m}^2$ et $m = 200.0 \text{ kg}$. De cette analyse graphique, on détermine la sensibilité du temps au tour au CLA et au CDA. Théoriquement, une augmentation de CLA (coefficient d'appui) amène à une baisse du temps au tour à un taux linéaire de -1.5% par +10% de CLA. De manière inverse, une augmentation du CDA (coefficient de traînée) amène à une augmentation du temps au tour à un taux de +0.15% pour une variation de +10% du CDA. Dans les faits,

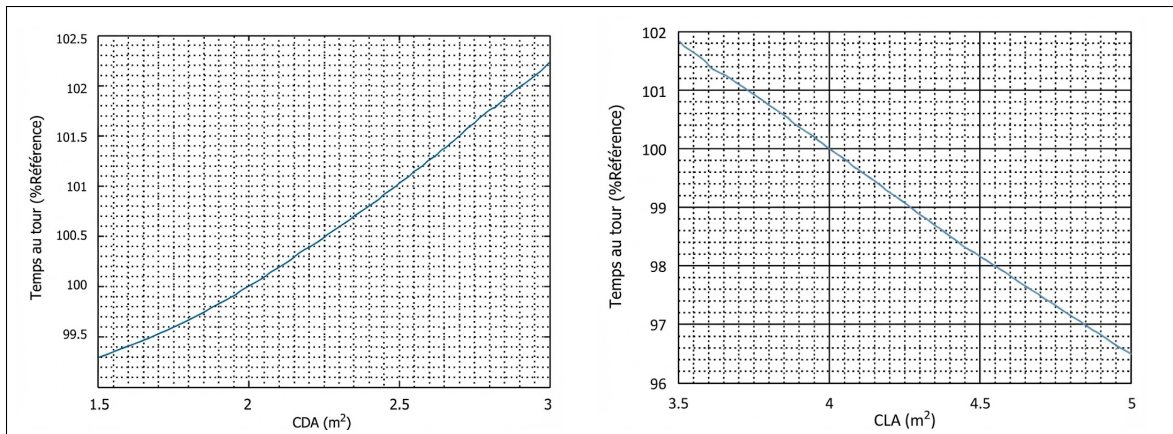


Figure 3.3 Influence des coefficients aérodynamique sur la métrique de temps au tour

ces relations sont quelque peu adoucies par la simplicité du modèle de calcul mis en jeu dans cette simulation, celui-ci reposant sur des hypothèses de dynamique du point, où les coefficients aérodynamiques sont fixes et ne dépendent pas de la garde au sol. Une augmentation de la fidélité de cette simulation serait nécessaire pour conclure sur une influence plus réaliste des coefficients aérodynamiques sur le temps au tour. Pour référence, la simulation annonce une augmentation du temps au tour de 0.81% par ajout de 10 kg. De ces 3 mesures, le CLA semble être celui qui a le meilleur potentiel d'amélioration de temps au tour.

Par conséquent, des éléments aérodynamiques sont conçus et optimisés chaque année afin d'améliorer l'appui et la stabilité du prototype. L'ensemble aérodynamique est séparé en plusieurs catégories dépendamment du positionnement (visible sur la figure 3.4) des éléments sur le châssis :

1. **Ailerons avant** (bleu) : positionnés en amont des roues antérieures et du châssis, c'est le premier sous-assemblage que l'air rencontre, ce qui en fait un assemblage extrêmement important aérodynamiquement puisqu'il impacte directement ceux dans son sillage.
2. **Ailerons arrière** (rouge) : positionnés au dessus et en arrière des roues postérieures, c'est le sous-assemblage qui apporte la majorité de la stabilité au véhicule et possède le meilleur potentiel pour la production d'appui aérodynamique grâce à sa taille et son positionnement.

3. **Ensembles latéraux** (vert) : positionnés entre les roues avant et arrière sur la partie supérieure du châssis, les éléments dans cette zone sont généralement consacrés au refroidissement des moteurs et onduleurs, puisque l'air dans cette zone est hautement turbulent et ne permet que difficilement la génération d'appui.
4. **Fond plat** (jaune) : positionné sous les ensembles latéraux, il vise généralement à exploiter l'effet de sol pour équilibrer la production d'appui en ramenant le centre de pression vers l'avant, malgré la haute dépendance de cet effet aux variations de tangage et de roulis. Il permet également de ramener l'écoulement sous les ailerons arrière pour en augmenter l'efficacité.
5. **Modules monocoque** (violet) : positionnés sous et derrière le châssis, ce sont les pièces qui viennent couvrir les assemblages d'amortisseurs pour en réduire la traînée aérodynamique tout en redirigeant l'écoulement pour augmenter l'efficacité du fond plat.

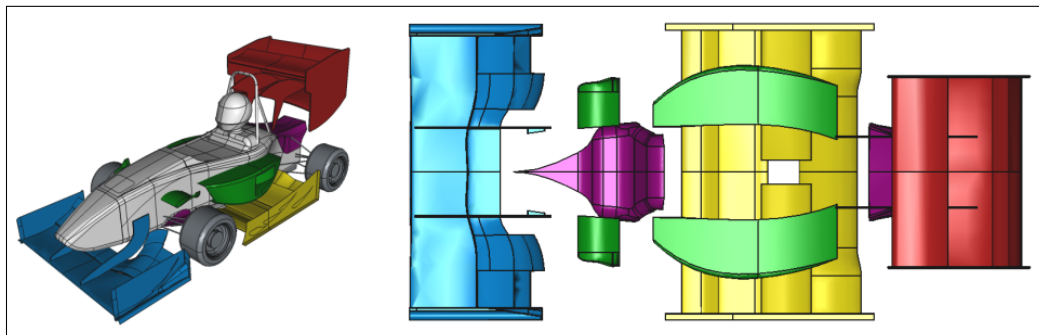


Figure 3.4 Positionnement et classification des éléments aérodynamiques sur DELTA-25

Chacun de ces sous-assemblages est également décomposé en plusieurs éléments. Chacun de ces éléments au sein de son sous-assemblage sert des objectifs aérodynamiques précis, qu'ils soient globaux ou locaux. La figure 3.5 présente l'arbre de conception du modèle aérodynamique de DELTA-25, décomposé par élément aérodynamique singulier.

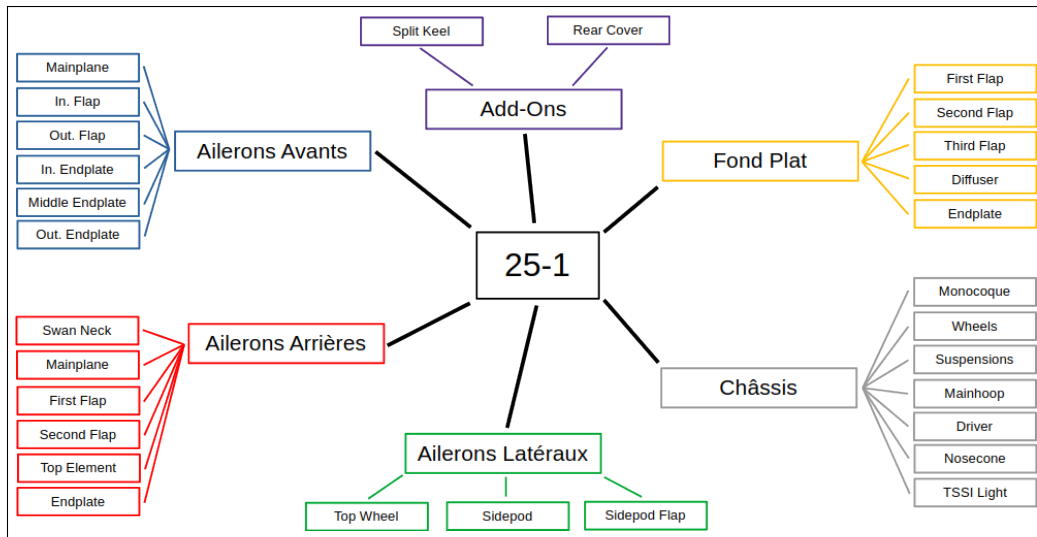


Figure 3.5 Arbre de dépendance de l'assemblage MFN

Chaque pièce de l'ensemble aérodynamique possède ses propres contraintes et objectifs, toutefois la force de cet ensemble est la cohésion entre chacune des pièces qui leur permet de compléter les effets aérodynamiques des autres. Elles ne sont cependant pas les seules à bénéficier d'analyses visant à en améliorer les propriétés aérodynamiques. La monocoque en fibre de carbone a ainsi pu être étudiée (figure 3.6) et optimisée grâce à des analyses MFN ce qui a permis de réduire de près de 15% la traînée aérodynamique qu'elle générerait, principalement à cause de phénomènes de décollement parasites et d'un arceau de sécurité placé à l'extérieur du châssis. L'analyse de la contrainte pariétale pour ces deux monocoques est présentée en figure 3.6.

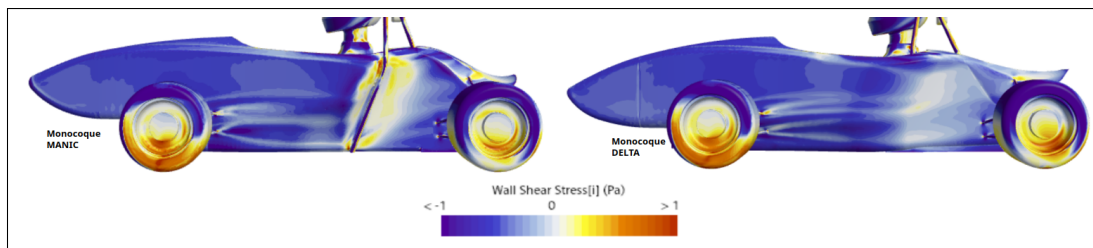


Figure 3.6 Comparaison de la contrainte de cisaillement pariétal sur les monocoques MANIC (gauche) et DELTA (droite)

L'objectif est donc, pour toutes les surfaces en contact avec l'air, d'améliorer les propriétés aérodynamiques du prototype afin d'en augmenter les performances sur la piste. On peut finalement s'intéresser aux répartitions de forces aérodynamiques par éléments.

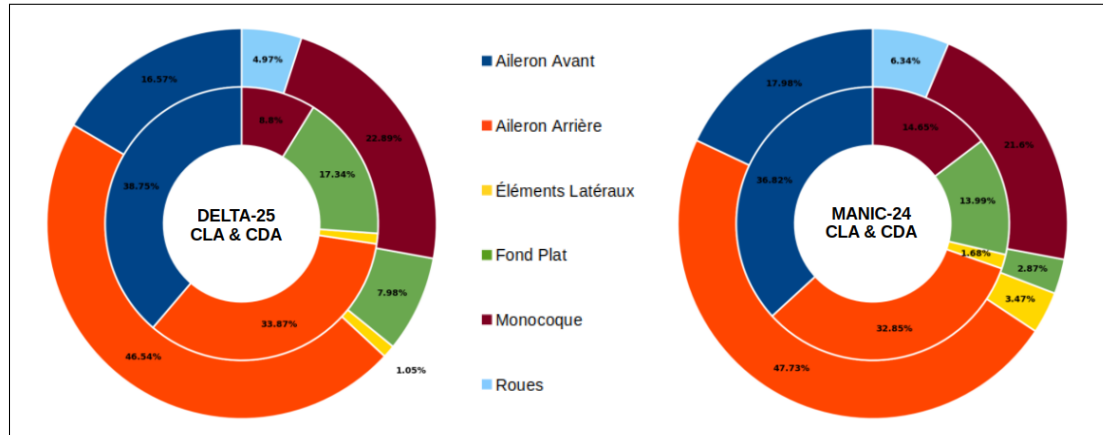


Figure 3.7 Répartition par éléments de la force de traînée (cercle extérieur) et de déportance (cercle intérieur) pour les prototypes MANIC-24 et DELTA-25

3.2 Simplifications géométriques

L'assemblage complet du prototype comporte des milliers de pièces uniques et distinctes réparties en une architecture complexe de sous-assemblages. D'un point de vue aérodynamique, la moindre imperfection ou modification inattendue de la géométrie peut avoir des conséquences marquées sur les écoulements associés. Il est toutefois irréaliste d'envisager de simuler ces assemblages complets dans toute leur complexité puisque cela impliquerait une puissance de calcul phénoménale pour des gains en précisions minimes. Le travail de l'ingénieur aérodynamicien est donc de juger et analyser quelles parties de l'objet étudié influe le plus sur les caractéristiques aérodynamiques d'intérêt afin de proposer une simplification pertinente de cet objet qui amènera à une fidélité physique suffisante.

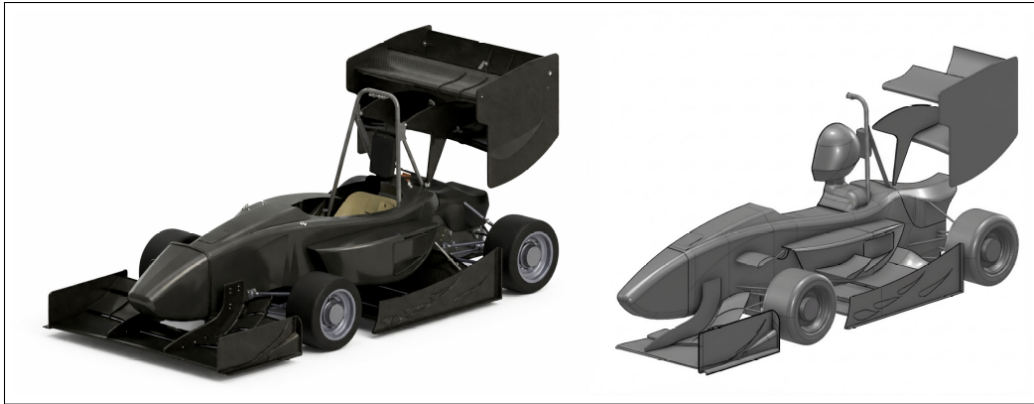


Figure 3.8 Comparaison entre l'assemblage général et l'assemblage dédié à la MFN

Dans cette optique, certaines hypothèses sont prises afin de simplifier la géométrie complexe de DELTA-25 (voir figures 3.8, 3.9). La première est de supposer que le véhicule est parfaitement symétrique, afin de ne limiter la modélisation géométrique qu'à un demi-véhicule, simplifiant les phases de conception. Une autre hypothèse est de supposer que l'intérieur de la monocoque est majoritairement rempli de fluide mort dont le calcul n'apporterait qu'une augmentation des ressources requises sans amélioration notable de la solution ; l'intérieur de la monocoque est donc majoritairement solide afin de représenter ce fluide mort.

Une troisième simplification réside dans la suppression d'éléments de faible taille à objectifs non-aérodynamiques dont l'influence peut être négligée face à celle d'éléments plus conséquents, ce qui a pour avantage d'autoriser un maillage moins fin et plus rapide à générer. Dans cette optique, des éléments tels que des têtes de vis, des capteurs, des connecteurs et des câbles ne sont simplement pas modélisés. Toutefois, cette approximation est significative, et a nécessité une étude approfondie de l'impact de chacun de ces éléments avant d'en déterminer la négligeabilité.

Finalement, un buste surmonté d'un casque est ajouté durant les simulations MFN afin de modéliser la présence d'un pilote dont l'influence aérodynamique, notamment sur les éléments de l'aileron arrière, est cruciale.

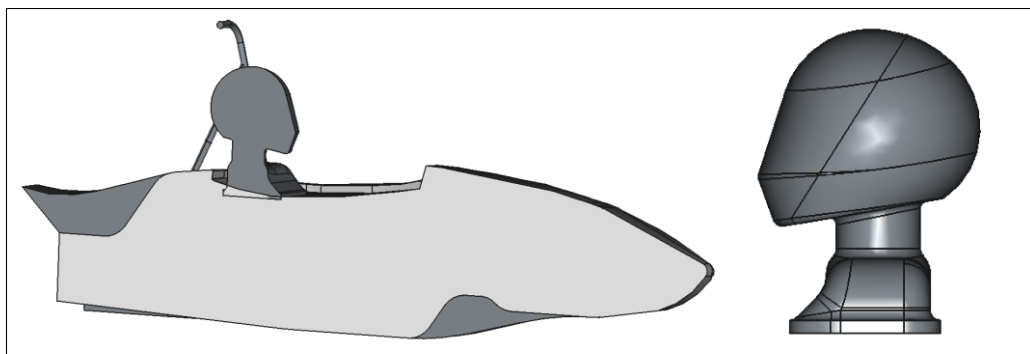


Figure 3.9 Modifications appliquées pour créer l'assemblage dédié à la simulation MFN

La simplification de la géométrie vise principalement à améliorer la vitesse et la qualité de maillage du véhicule en permettant l'utilisation d'éléments de surface plus gros sans affecter la fidélité de la représentation. Ces simplifications dans le cas de DELTA-25 ont permis de réduire le temps de maillage surfacique de près de 75% sans affecter d'une manière conséquente les résultats. Particulièrement, les résultats issus de simulations basées sur cette version simplifiée de la voiture concordent à plus de 95% avec des essais en soufflerie sur le prototype fabriqué à l'échelle 1 pour 1 (voir section 4).

3.3 Équations physiques de base

La simulation numérique repose sur des principes physiques fondamentaux, comme le principe de Bernoulli (Bernoulli, 1738) à partir de 1738, complété par le modèle eulérien (Euler, 1757) avant d'être remis en question par d'Alembert (d'Alembert, 1752), Hagen et Poiseuille (Hagen, 1839), pères de la notion de viscosité. De nombreuses équations seront éprouvées et réfutées pour définir le mouvement d'un fluide, pour des cas plus ou moins spécifiques (Darrigol, 2002, 2005) jusqu'à une formulation novatrice introduite par Claude-Louis Navier, modifiant la formulation eulérienne pour y inclure la viscosité et dérivant les termes supplémentaires par un modèle simpliste d'attraction moléculaire (Navier, 1823). Cauchy apportera la rigueur manquante aux travaux de Navier en développant une formulation du tenseur des contraintes généralisée dans un milieu déformable ainsi que le concept d'équilibre de la quantité de mouvements (Cauchy, 1829).

Stokes conclut ce travail de modélisation fluide en implémentant l'interaction fluide-solide au travers des conditions de non-glissement basée sur les travaux préliminaires de Prandtl, et compatible avec le modèle de la mécanique des milieux continus, laissant de côté l'hypothèse moléculaire de Navier.

Les équations de Navier-Stokes (Stokes, 1845) pour un fluide newtonien incompressible s'écrivent sous forme tensorielle cartésienne, grâce à la convention d'Einstein, de la manière suivante :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_i \quad (3.1)$$

Où u_i représente les composantes du vecteur vitesse, p la pression statique, μ la viscosité dynamique et f_i les forces volumiques.

Compte tenu des vitesses d'exploitation du véhicule n'excédant pas les 32 m/s, le nombre de Mach reste inférieur à 0.1 en supposant une vitesse du son égale à 320 m/s. Par conséquent, l'écoulement est modélisé comme étant parfaitement incompressible et la masse volumique ρ est supposée constante en tout point du domaine, ce qui découple l'équation de l'énergie des équations dynamiques.

3.3.1 Cas d'un référentiel inertiel (SLSM)

Le modèle de simulation en ligne droite (SLSM) est résolu dans un référentiel galiléen, inertiel. Dans cette configuration, le véhicule se déplace à une vitesse constante définie selon un vecteur directeur rectiligne. Dans le cadre de la modélisation, cependant, on applique un changement de référentiel où le vecteur vitesse est appliqué aux particules d'air ainsi qu'à la frontière symbolisant le sol, le véhicule étant perçu comme stationnaire dans ce modèle. Cette modification permet d'améliorer la stabilité et la robustesse de la résolution numérique.

Pour réduire le coût de calcul sans sacrifier la précision, une hypothèse de symétrie latérale est également appliquée. Le plan $y = 0$ est défini comme une condition limite de symétrie où le flux

normal et les gradients normaux de toutes les variables scalaires sont nuls :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (3.2)$$

L'écoulement est modélisé comme un flux entrant à la vitesse V_∞ opposée à l'avancement du véhicule. Pour reproduire fidèlement les conditions de piste et éviter la formation d'une couche limite parasite au sol, une condition de paroi mobile est appliquée au sol du domaine, avec une vitesse tangentielle $V_{sol} = V_\infty \cdot \mathbf{e}_x$.

Les roues, soumises à une rotation propre dont les effets sont non-négligeables de par la nature du prototype, sont généralement traitées dans ce référentiel inertiel via une approche locale MRF (*Moving Reference Frame*) ou une condition de paroi rotative, isolant les effets rotatifs aux seules zones des passages de roues. Cette seconde option, dont l'efficacité computationnelle est plus élevée, a été retenue dans ce modèle pour sa rapidité de calcul et des différences relativement faibles face à des approches MRF (*Moving Reference Frame*) ou maillage glissant. La condition limite résultante de cette rotation est présentée en figure 3.10.

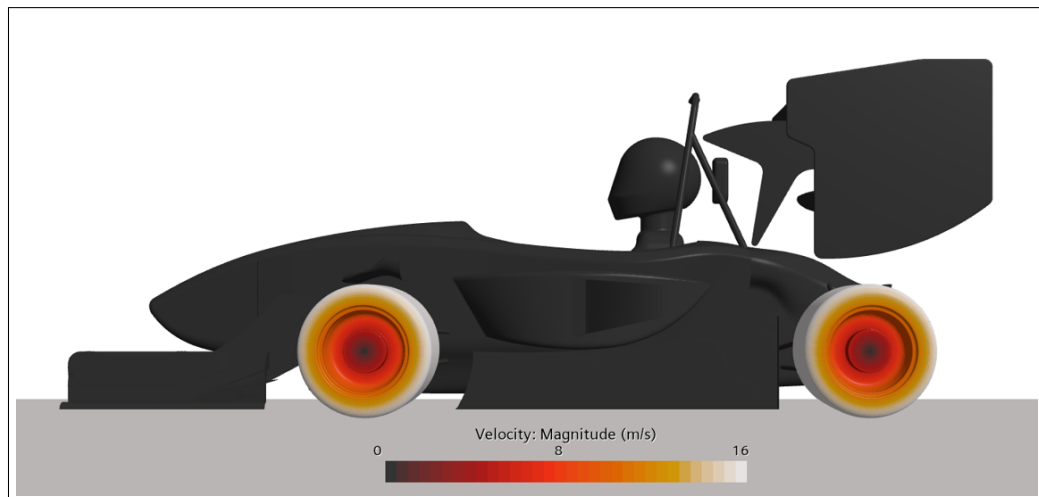


Figure 3.10 Conditions Limites de rotation locale au niveau des roues de DELTA-25 dans le modèle SLSM

3.3.2 Cas du virage : Simulation en référentiel non-inertiel (CSM)

La simulation en virage à travers le modèle CSM introduit une complexité fondamentale : la trajectoire curviligne du véhicule brise la symétrie latérale et invalide l'hypothèse d'un écoulement uniforme à l'infini en plus d'imposer un mouvement circulaire aux particules gazeuses étudiées, ce qui ne peut être correctement réalisé avec de simples conditions aux limites d'entrée.

L'approche retenue pour modéliser le virage est celle du *Rotating Reference Frame* (RRF). Le domaine fluide entier est considéré comme étant en rotation autour du centre instantané de rotation (CIR) du virage avec une vitesse angulaire Ω déterminée grâce à un modèle de dynamique du véhicule prenant en compte l'accélération latérale du véhicule et le rayon du virage. Cette approche génère des conditions limites implicites pour les mouvements du sol, l'entrée et la sortie du domaine, qui sont couplées aux conditions limites explicites, notamment la rotation locale des trains roulants. Les conditions limites liées à la vitesse des parois adhérentes sont détaillées en figure 3.11.

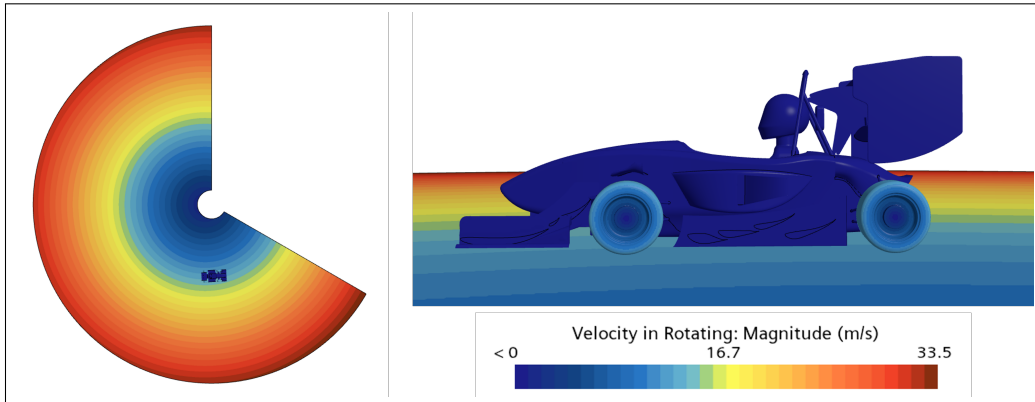


Figure 3.11 Conditions Limites de rotation locale au niveau des roues de DELTA-25 dans le modèle CSM

Soit $\mathcal{R}_0$, le référentiel absolu fixe et lié à la piste, et $\mathcal{R}$, le référentiel relatif mobile lié au véhicule. La relation entre la vitesse absolue u_{abs} et la vitesse relative u_{rel} en un point M défini par le

vecteur position $\mathbf{r}$ est donnée par la composition des vitesses :

$$\mathbf{u}_{abs} = \mathbf{u}_{rel} + \mathbf{u}_{ent} = \mathbf{u}_{rel} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} \quad (3.3)$$

Où u_{ent} est la vitesse d'entraînement. Les équations de Navier-Stokes sont résolues pour le champ de vitesse relative $\mathbf{u}_{rel}$. Cependant, la conservation de la quantité de mouvement s'applique aux particules fluides soumises à des forces réelles. En exprimant l'accélération absolue en fonction des variables relatives, on obtient :

$$\left(\frac{d\mathbf{u}_{abs}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} = \left(\frac{\partial \mathbf{u}_{rel}}{\partial t} \right)_{\mathcal{R}} + (\mathbf{u}_{rel} \cdot \nabla) \mathbf{u}_{rel} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_{rel} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{r} \quad (3.4)$$

En supposant un virage à rayon et vitesse constants, en régime stationnaire, l'accélération angulaire $\frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt}$ est nulle. L'équation de quantité de mouvement dans le référentiel mobile devient alors :

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}_{rel} \otimes \mathbf{u}_{rel}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{S}_{rot} \quad (3.5)$$

Le terme source $\mathbf{S}_{rot}$ regroupe les forces fictives inertielles qui doivent être ajoutées au solveur pour compenser le changement de référentiel (Batchelor, 2000) :

$$\mathbf{S}_{rot} = -\rho \left[\underbrace{2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_{rel}}_{\text{Force de Coriolis}} + \underbrace{\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})}_{\text{Force Centrifuge}} \right] \quad (3.6)$$

L'introduction de ces termes sources modifie profondément la topologie de l'écoulement par rapport au cas SLSM, quantifiant les asymétries aérodynamiques résultantes et rendant cette étude pertinente :

- **Effet du gradient de vitesse :** La vitesse incidente varie linéairement avec le rayon ($V = \Omega r$). L'aile intérieure voit une vitesse plus faible que l'aile extérieure, créant une distribution asymétrique des forces aérodynamiques et un moment de roulis aérodynamique.

- **Courbure des lignes de courant** : La force centrifuge induit une courbure des lignes de courant qui modifie l'angle d'attaque local effectif le long de la corde des profils, un effet particulièrement marqué pour les ailerons avant et arrière, éloignés du centre de gravité.
- **Force de Coriolis** : Perpendiculaire à la fois à la vitesse relative de l'écoulement et à l'axe de rotation, cette force influence la dissipation des sillages ainsi que la trajectoire des tourbillons marginaux, qui tendent à être déviés vers l'extérieur du virage.

Cette formulation mathématique permet de capturer ces phénomènes sans nécessiter un maillage courbe, mais impose de modéliser le véhicule complet, doublant a minima le coût computationnel par rapport au cas symétrique de la SLSM.

3.4 Modèles RANS stationnaires

Dans le cadre de ces travaux, la majorité des simulations et études ont été réalisées sous des hypothèses de régime permanent, c'est à dire des régimes où les variables ne dépendent pas du temps. Cette hypothèse prend pour argument l'étude d'un véhicule en virage stabilisé, sous l'effet d'une accélération tangentielle nulle. Ceci résulte en l'affranchissement des phénomènes transitoires liés à la suspension d'un point de vue dynamique du véhicule, et la simplification du cas aérodynamique. Toutefois, des phénomènes aérodynamiques transitoires existent et impacteront la stabilité de la solution, le choix du régime permanent est un choix technique avec pour objectif l'économie des ressources computationnelles.

3.4.1 Moyenne de Reynolds et le problème de fermeture

Pour des nombres de Reynolds caractéristiques de l'ordre de $Re \approx 10^6$, une résolution directe (*Direct Numerical Simulation*, DNS) ou même une simulation des grandes échelles (*Large Eddy Simulation*, LES) pure engendreraient un coût de calcul prohibitif pour une phase de conception itérative. L'approche retenue est donc celle des équations moyennées de Reynolds (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*, RANS).

Cette approche repose sur la décomposition de Reynolds, où chaque variable instantanée ϕ est scindée en une composante moyenne $\bar{\phi}$ et une composante fluctuante ϕ' :

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \bar{u}_i(\mathbf{x}) + u'_i(\mathbf{x}, t) \quad (3.7)$$

En introduisant cette décomposition dans les équations de Navier-Stokes et en appliquant l'opérateur de moyenne, on obtient les équations RANS. Cette opération mathématique fait apparaître un nouveau tenseur symétrique, le tenseur des contraintes de Reynolds $\tau'_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$. Ce tenseur représente le transport de quantité de mouvement dû aux fluctuations turbulentes.

La présence de ce terme introduit plus d'inconnues que d'équations et crée un problème de fermeture. Pour fermer le système, on utilise l'hypothèse de Boussinesq, qui postule que les contraintes de Reynolds sont proportionnelles au taux de déformation moyen, par analogie avec la viscosité moléculaire :

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.8)$$

Où μ_t est la viscosité turbulente, liée à l'écoulement, et $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ est l'énergie cinétique turbulente.

3.4.2 Le modèle $k - \omega$ SST (*Shear Stress Transport*)

Conscient des forces et faiblesses des modèles $k - \epsilon$ et $k - \omega$, dont le rappel théorique est en annexe, Menter crée un modèle mathématique les combinant grâce à une fonction de mélange basée sur la distance à la paroi. Cette combinaison permet de pallier aux défauts d'un modèle par les avantages de l'autre, au détriment d'un coût numérique plus élevé, créant un modèle à la fois robuste dans les zones de forts gradients et dans les zones de gradients quasi-nuls.

Le modèle $k - \omega$ SST présente les mêmes équations de transport que le modèle de Wilcox original, mais y rajoute des fonctions de mélange F_1 et F_2 dont le changement des coefficients permet de transitionner entre les formes $k - \omega$ et $k - \epsilon$.

L'équation de transport pour $\bar{k}$ est définie par

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.9)$$

tandis que l'équation de transport pour $\bar{\omega}$ est décrite comme

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] 2(1 - F_1) \rho \sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

Les fonctions de mélanges sont définies telles que

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \quad F_2 = \tanh(\Phi_2^2) \quad (3.10)$$

Quand $F_1 = 0$, seul le modèle $k - \omega$ est utilisé avant de le mélanger avec le modèle $k - \epsilon$ jusqu'à ce que $F_1 = 1$, où seul le modèle $k - \epsilon$ est utilisé.

$$\Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_\omega k}{\beta^* y^2 \omega} \right] \quad (3.11)$$

$$\Phi_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \quad (3.12)$$

Ces fonctions sont utilisées pour déterminer le niveau de mélange entre les deux modèles tel que

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad \phi \in \{\alpha, \beta, \sigma_k, \sigma_\omega\} \quad (3.13)$$

Finalement, la viscosité turbulente et la déformation sont définies par

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, S F_2)} \quad S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (3.14)$$

Proche de la paroi, ($F_1 \rightarrow 1$) et le modèle se comporte comme un modèle $k - \omega$, permettant une résolution précise de la sous-couche visqueuse et une excellente prédiction du point de séparation de l'écoulement sans nécessiter de fonctions d'amortissement complexes. Dans l'écoulement

libre ($F_1 \rightarrow 0$) et le modèle bascule vers une formulation $k - \epsilon$, éliminant ainsi la sensibilité notoire du modèle $k - \omega$ aux conditions aux limites d'entrée et aux valeurs de turbulence dans l'écoulement libre.

Malgré un coût calculatoire légèrement plus élevé à cause des facteurs et fonctions de mélange, le modèle $k - \omega$ SST est largement utilisé pour des études aérodynamiques tridimensionnelles complexes pour son haut niveau de corrélation à des modèles RANS ou LES plus lourds et complexes, ainsi qu'à des données expérimentales. Les facteurs de mélange calculés grâce à la distance de paroi assurent une transition douce sans avoir à utiliser des fonctions d'amortissement et sans créer de discontinuité locale.

Une caractéristique essentielle du modèle SST est la limitation de la viscosité turbulente μ_t pour satisfaire l'hypothèse de Bradshaw, selon laquelle la contrainte de cisaillement est proportionnelle à l'énergie cinétique turbulente dans la couche limite (Bradshaw, Ferriss & Atwell, 1967). Cela évite la sur-prédiction de la turbulence dans les zones de forte accélération et de gradients de pression adverses, rendant ce modèle particulièrement adapté à l'aérodynamique des véhicules de compétition.

Dans le cas de l'étude aérodynamique d'un prototype de Formule SAE, le modèle de Menter s'impose comme le modèle le plus précis pour un coût de calcul bien plus raisonnable que des alternatives telles que le modèle de Reynolds ou LES, permettant à la fois une résolution précise

3.5 Conditions aux limites et détermination du domaine

Connaissant les enjeux numériques liés au choix des équations utilisées, on s'intéresse maintenant au domaine sur lequel celles-ci seront résolues ainsi que les conditions aux limites appliquées à ces équations sur le domaine.

3.5.1 Conditions aux limites et changements de référentiels

Les conditions limites jouent un rôle important dans la définition du domaine de contrôle puisqu'ils dictent le comportement du fluide aux frontières de cet espace de contrôle.

Ces conditions limites sont matérialisées sur la figure 3.12 pour les domaines CSM et SLSM par des codes couleurs correspondants. Les nuances de bleu symbolisent des entrées, les couleurs oranges représentent des conditions de sorties, et les marques vertes montrent les conditions de symétrie. Les conditions murales en rose représentent l'objet étudié, et donc une condition d'adhérence à la paroi, de manière analogue à la frontière symbolisant le sol en gris, où un gris clair implique un sol immobile. Les autres parois non définies du domaine sont des murs sans condition d'adhérence.

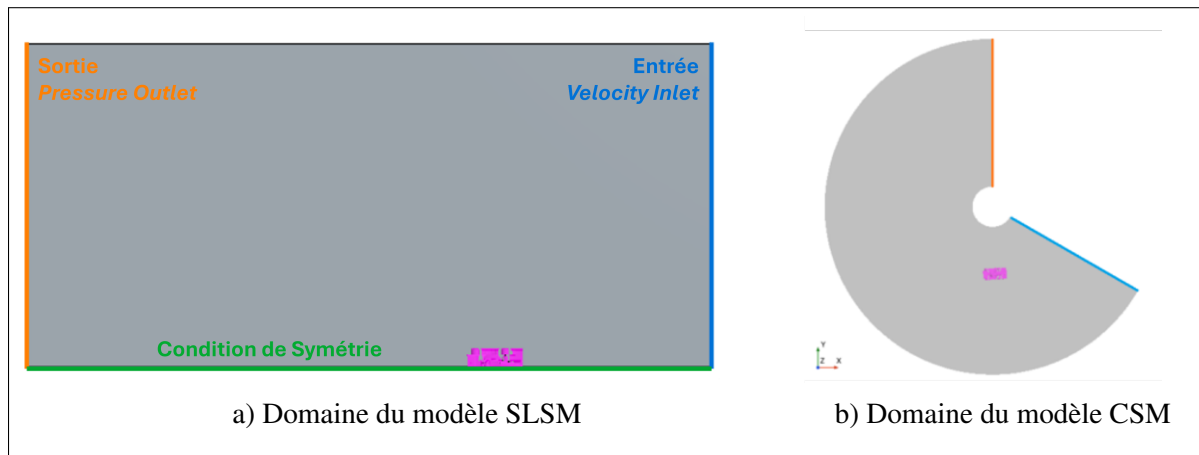


Figure 3.12 Définition des conditions aux limites pour les domaines SLSM et CSM

Bien que ces deux modèles soient par essence très similaires dans leur manière d'aborder l'étude d'une FSAE, une différence claire de conditions limite liée à l'utilisation de référentiels locaux existe et distingue ces deux approches.

Dans le cadre de la SLSM, l'ancre du référentiel est placée au niveau de la voiture : celle-ci est simulée immobile, tandis que le sol et l'air ambiant se voient attribuer des vecteurs vitesse

afin de recréer les effets cinématiques du mouvement du véhicule. Pour la CSM, en revanche, il est numériquement complexe d'imposer un mouvement circulaire à l'air ambiant ; l'ancre du référentiel est donc déplacée au niveau du sol (ou de l'air). C'est alors le véhicule qui se voit attribuer les conditions limites recréant son mouvement relatif par rapport au sol et à l'air. On utilise, dès lors, des référentiels locaux lors des étapes d'analyse afin d'améliorer la comparabilité des modèles CSM et SLSM.

La figure 3.13 représente la vitesse dans le référentiel galiléen dans le cadre de la SLSM. Cette configuration est privilégiée pour les étapes de visualisation et d'analyses pour sa simplicité de compréhension et sa similarité à des standards de recherche et développement (Lanfrit, 2005). L'air est ici en mouvement autour d'un objet fixe, ce qui permet par ailleurs une comparaison plus simple à des cas expérimentaux tirés d'études en soufflerie. La définition de la rotation des roues, ainsi que du mouvement du sol, sont ainsi plus simples et robustes puisqu'elles n'impliquent pas l'utilisation de sous-systèmes de coordonnées complexes. Il est également plus simple d'opérer des modifications géométriques sur la voiture, comme des variations d'angles de tangage.

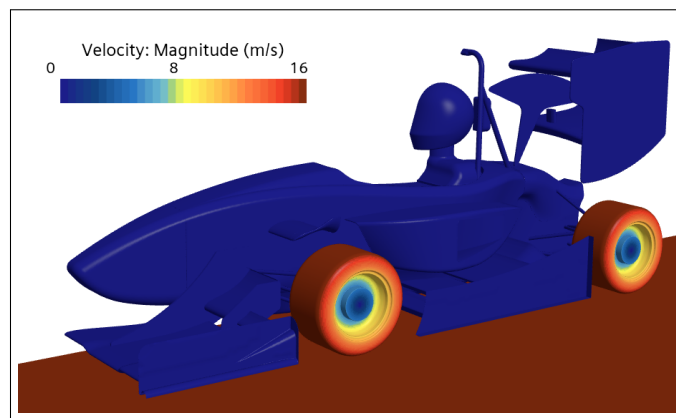


Figure 3.13 Vitesse aux frontières dans le référentiel général laboratoire

La figure 3.14 permet de comparer les conditions limites appliquées dans le référentiel général pour la simulation en virage à leur transposition dans le cadre de référence en rotation considéré pour l'analyse. Cette configuration, bien que plus complexe, est nécessaire pour assurer une

fidélité suffisante de la simulation en virage et se fait au moyen d'équations géométriques complexes pour assurer la robustesse de la simulation. Cependant, on définit un cadre de référence basé sur le mouvement de la rotation afin de retrouver des champs similaires à la configuration utilisée en SLSM.

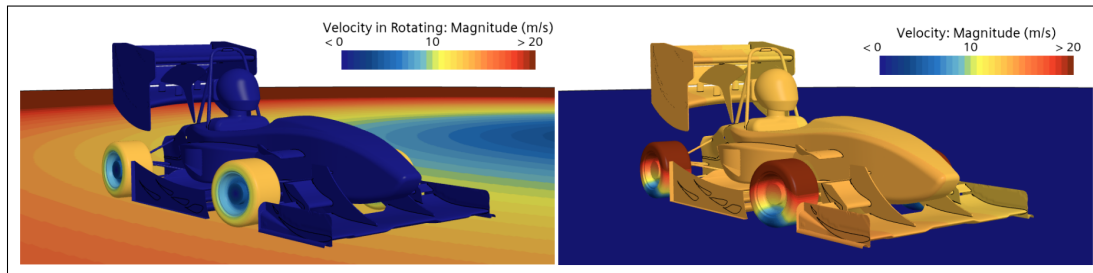


Figure 3.14 Vitesse aux frontières dans le cadre de référence en rotation (gauche) et dans le référentiel général (droite)

La figure 3.14 illustre l'opération de changement de référentiel propre au modèle CSM : le champ de vitesse aux frontières, exprimé dans le référentiel général fixe $\mathcal{R}_0$ (droite), y est transposé dans le cadre de référence en rotation $\mathcal{R}$ solide du véhicule (gauche), par la relation de composition des vitesses $\mathbf{u}_{abs} = \mathbf{u}_{rel} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$. Cette transformation géométrique, bien que plus complexe à mettre en œuvre, permet de retrouver dans le référentiel tournant une distribution de vitesses aux frontières analogue à celle du modèle SLSM, assurant ainsi la cohérence des conditions limites entre les deux approches malgré la rotation imposée au domaine.

3.5.2 Définition géométrique du domaine

Pour que le domaine soit considéré comme valide, il convient de s'assurer que la solution issue de la simulation ne dépend pas de cette définition du domaine. Autrement dit, un domaine n'est validé que si l'augmentation de sa taille pour des conditions limites fixes n'influe pas sur les résultats de la simulation. La taille du domaine influe directement sur les ressources informatiques nécessaires à la réalisation du calcul, puisqu'un domaine trop grand va voir une

augmentation drastique du nombre de cellules créées par l'opération du maillage, et donc une augmentation du nombre d'équations à résoudre par itération.

Il est communément admis que la taille optimale de domaine est celle pour laquelle les frontières de celui-ci sont placées dans des conditions d'écoulement libre, suffisamment loin des parois pour que les effets liés à la présence d'un corps comme le sillage se soient dissipés. Cela se traduit généralement une distance marquée entre l'aval de l'écoulement et l'objet, une distance conséquente en aval de l'objet afin de dissiper les effets de sillage, et une distance non négligeable entre l'objet et les frontières latérales pour diminuer les effets de bord. L'existence de ces distances permet également d'aboutir à une solution plus stable, les oscillations locales n'étant pas influencées par l'existence des conditions limites. Toutefois, il est rare dans le cadre industriel de s'autoriser à utiliser des limites aussi éloignées, et la précision peut parfois être sacrifiée au prix du temps de calcul.

Dans le cadre des simulations SLSM en ligne droite, une longueur est définie arbitrairement grâce à des travaux de recherche similaires liés à l'analyse d'écoulements externes fortement cisailés (Casey & Wintergerste, 2000). Ces travaux préconisent ainsi une définition du maillage basée sur les dimensions de l'objet étudié, établissant une première approximation de la taille de domaine nécessaire qui est ensuite adaptée en fonction des besoins du calcul. Ces approximations impliquent une distance en amont égale à cinq fois la longueur de l'objet, une distance en aval comprise entre sept et quinze fois la longueur de l'objet, et des distances verticales et latérales de cinq fois la dimension pertinente de l'objet (Lanfrit, 2005). Ces dimensions sont cependant adaptées au cas par cas pour offrir le meilleur rapport précision/temps de calcul pour une situation particulière. Le domaine final pour les simulations SLSM de Formule ETS est présenté en figure 3.15.

Pour les simulations en virage, la définition du domaine est plus complexe. Puisqu'on étudie l'aérodynamique d'un objet en condition de virage, on utilise le rayon de ce virage afin de définir certains paramètres géométriques du domaine pour les simulations CSM. Ainsi, le rayon interne

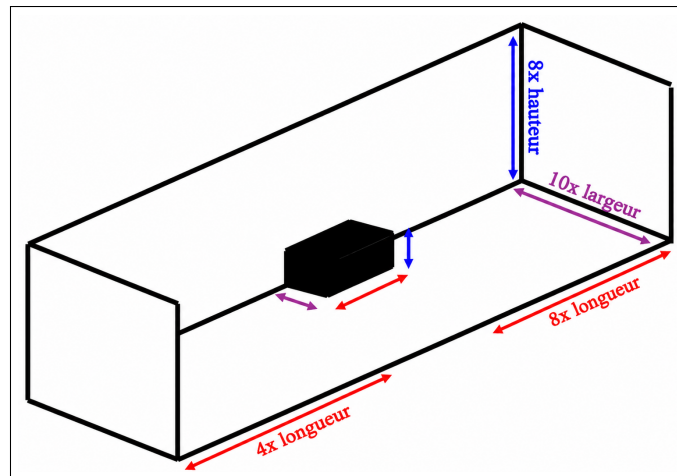


Figure 3.15 Définition géométrique du domaine fluide en simulation ligne droite

du domaine est défini en première instance comme étant égal à 0,3 fois le rayon de virage, tandis que le rayon extérieur est défini comme 2,5 fois le rayon de virage. On utilise ensuite des angles basés sur la droite passant par le centre de gravité et le centre du rayon de virage pour définir l'entrée et la sortie du domaine, l'entrée se trouvant à un angle compris entre 30 et 75 degrés et la sortie dans une plage d'angle entre 180 et 90 degrés. Ces angles varient en fonction du rayon de virage pour garantir des distances curvilignes similaires aux distances utilisées dans la définition du domaine de SLSM et ne pas augmenter drastiquement la taille du domaine pour des rayons de virages élevés.

3.5.3 Méthodologie de validation

Afin de caractériser l'absence d'influence de la taille et forme du domaine sur la qualité de la solution numérique, il convient de faire varier les dimensions principales du domaine jusqu'à ne plus noter de réelles différences entre les simulations concernées sinon une imprécision oscillatoire ou numérique.

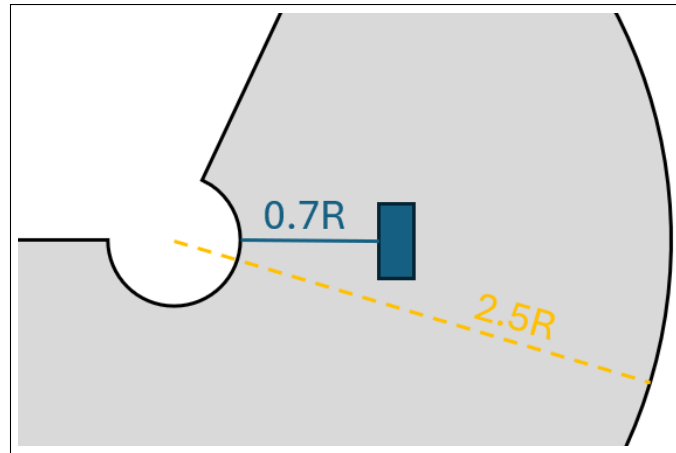


Figure 3.16 Définition géométrique du domaine fluide en simulation de virage

Pour cela on fixe des dimensions de base, puis on leur applique un facteur d'expansion afin de comparer la variation de la solution pour chaque simulation entreprise. La taille de domaine optimale est celle pour laquelle le nombre de cellules de maillage (donc la taille de domaine) est le plus petit sans afficher de différence majeure avec des solutions dont le maillage est plus conséquent. La variation de la solution est étudiée au travers des variables aérodynamiques étudiées dans l'analyse considérée, comme le coefficient de portance ou de traînée.

La figure 3.17 illustre cette étude dans le cadre de la simulation ligne droite où le domaine est semblable à un pavé, une boîte simple dont il est facile d'augmenter la taille grâce à un facteur d'agrandissement. Il apparaît que le domaine pourrait être légèrement plus petit, d'un facteur de 0.90 ou 0.95 sans perdre une grande précision. Une marge de jeu est cependant conservée afin d'éviter toute erreur dans le cas d'un changement de géométrie par exemple.

Le tableau 3.1 récapitule les principales caractéristiques de cette étude de domaine, mettant en lumière les différences de taille de maillage associées à un changement de taille de domaine, le temps nécessaire pour mailler et calculer la solution, ainsi que la variation du coefficient CLA d'une solution à l'autre. On considère que la variabilité numérique liée à la répétabilité et à la stabilité est inférieure à 1%, et que donc une différence inférieure à 1% équivaut à une solution

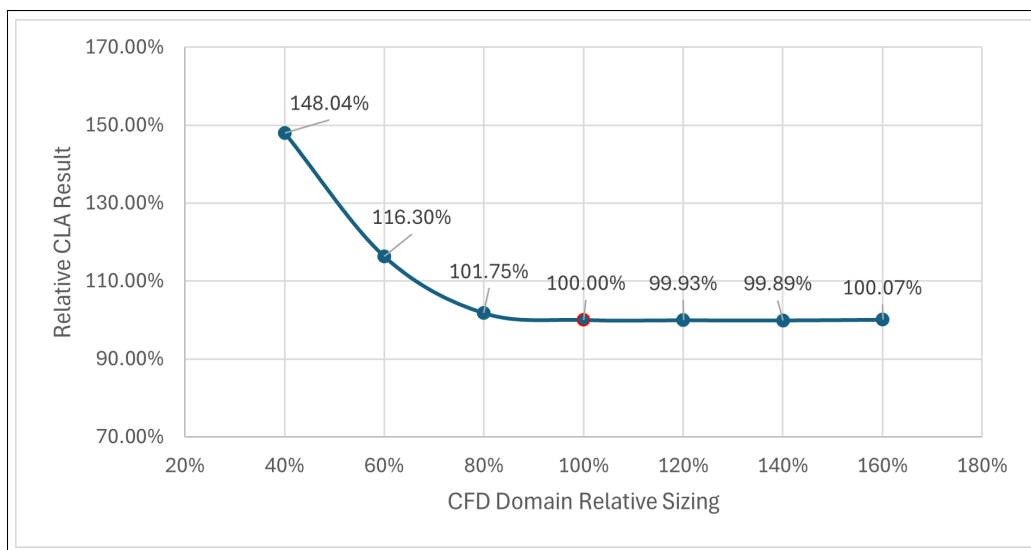


Figure 3.17 Étude de la variation des paramètres aérodynamiques en fonction de la taille du domaine

similaire. Toutes ces simulations ont été réalisées sur les grappes de calcul de Calcul Québec / Alliance Canada, particulièrement sur 3 nœuds de la grappe Rorqual, pour un total de 572 CPU.

Tableau 3.1 Comparaison des caractéristiques de calcul pour des tailles de domaine différentes

Taille	Nb Éléments (cells)	Wall Time (s)	CLA Variation
40%	9'103'569	1800	148.04%
60%	12'536'569	2200	116.30%
80%	14'699'763	2500	101.75%
100%	15'486'985	2700	100.00%
120%	17'789'188	3400	99.93%
140%	19'737'691	3700	99.89%
160%	23'168'852	4200	100.07%

De manière globale, l'augmentation de taille amène à une augmentation du temps de calcul total, ce qui est largement dû à l'augmentation du nombre de mailles dans le domaine considéré. Les gains potentiels sont toutefois conséquents et les écarts se comptent en centaines de secondes

pour une précision quasiment similaire, soulignant l'importance de l'optimisation de la taille du domaine.

Pour le reste de l'étude, nous conservons ainsi la taille de domaine précédemment mentionnée, équivalant à la taille 100% décrite ci-dessus.

Une étude similaire est réalisée pour le domaine du modèle CSM, en prenant pour référence le cas du Skidpad pour lequel $R = 8.125$ mètres. On fait ici varier la taille du rayon interne et celle du rayon externe pour déterminer la taille optimale du domaine en rotation. Le tableau 3.2 rapporte les données principales nécessaires à la conclusion que les tailles présentes dans la figure 3.16, $0.7R$ et $2.5R$, sont des dimensions quasi-optimales.

Tableau 3.2 Comparaison des caractéristiques de calcul pour des tailles de domaine différentes

Rayon Interne	Rayon Externe	CLA Variation
0.60R	2.50R	92.19%
0.65R	2.50R	96.46%
0.70R	2.50R	100.00%
0.75R	2.50R	100.86%
0.80R	2.50R	99.94%
[...]	[...]	[...]
0.70R	1.50R	85.87%
0.70R	1.75R	89.40%
0.70R	2.00R	92.74%
0.70R	2.25R	96.24%
0.70R	2.50R	100.00%
0.70R	2.75R	99.97%
[...]	[...]	[...]
0.60R	2.00R	91.12%
0.70R	2.50R	100.00%
0.80R	3.00R	100.26%

Pour le modèle SLSM comme le modèle CSM, une taille de domaine n'affectant pas les résultats aérodynamiques a été choisie et validée, assurant donc l'indépendance au domaine des solutions présentées ci-après dans les sections de résultats et analyses numériques. L'étape suivante est de s'intéresser à la discrétisation de ce domaine par la fabrication d'un maillage par un algorithme.

3.6 Discrétisation du domaine

L'opération de discrétisation (ou plus communément « maillage ») vise à subdiviser le domaine en un nombre fini d'éléments, de cellules, qui opéreront ensuite comme des volumes de contrôle lors du calcul. Ces éléments sont ceux sur lesquels les équations physiques seront calculées.

Cette discrétisation n'est cependant que rarement uniforme, et doit être adaptée à l'objet étudié et optimisée pour réduire le temps de calcul total de la solution. Dans cette optique, plusieurs méthodologies sont mises en œuvre afin d'assurer le maillage le plus régulier, adapté et intelligent pour un tel prototype de course en aérodynamique externe.

3.6.1 Préparation de la surface

Dans le cadre d'écoulements aérodynamiques externes, qu'ils soient expérimentaux ou numériques, la qualité de surface est un paramètre crucial et la moindre imperfection peut avoir un impact aérodynamique suffisamment conséquent pour fausser les résultats d'une analyse. Pour une Formule SAE, dont la majorité des composants aérodynamiques est fabriquée en fibre de carbone, on suppose que la surface est aérodynamiquement lisse, qu'elle ne possède pas de rugosité propre ou d'irrégularités supérieure à l'ordre du micro-mètre. Numériquement, cela se traduit par une surface qui se doit d'être parfaitement lisse et représentative du modèle géométrique numérique.

Afin d'assurer cette qualité géométrique, des méthodologies numériques de réparation et d'étanchéification des surfaces sont utilisées et permettent de créer un premier maillage surfacique : les *Surface Wrapper* (SW). Ceux-ci sont séparés en 4 opérations distinctes, chacune

couvrant une partie différente du prototype afin de réduire le temps nécessaire pour réaliser le maillage surfacique après une modification de l'assemblage.

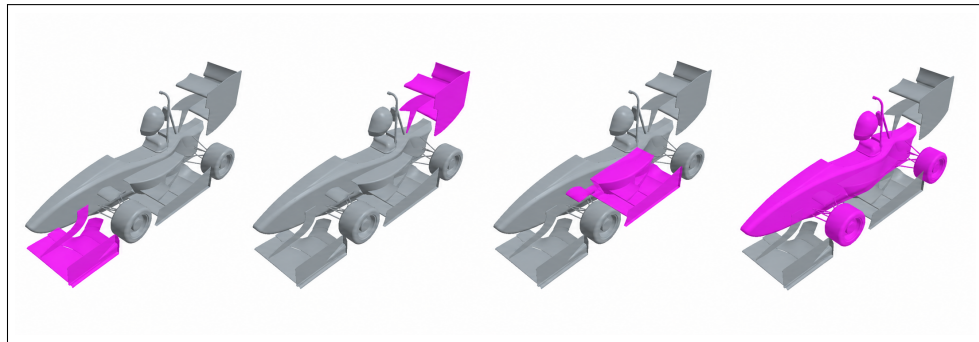


Figure 3.18 Séparation de l'assemblage en différents *Surface Wrappers* parallèles

Chaque sous-assemblage interne à un *Surface Wrapper* se voit attribué des paramètres de maillages différents afin d'optimiser le rapport précision/temps de la suite globale d'opérations. Tous les paramètres du mailleur sont dépendants d'une variable principale : la taille de base.

L'objectif final de cette opération est de créer une surface (ou un groupe de surfaces) géométriquement parfaite basée sur la géométrie initiale fournie. Celle-ci comporte généralement des imprécisions numériques dont l'ordre de grandeur atteint des puissances de 10 comprises entre -6 et -14, qui peuvent impacter négativement la génération d'un maillage. La figure 3.19 montre un comparatif d'une surface avant et après l'étape du *Surface Wrapper*.

3.6.2 Stratégies de maillage volumique

Suite à la réalisation du maillage surfacique et à la soustraction booléenne permettant de définir la géométrie finale à discrétiser en excluant le volume solide du domaine fluide de calcul, on s'intéresse à l'élaboration d'un maillage de volumes finis sur lequel les équations de la mécanique des fluides seront résolues.

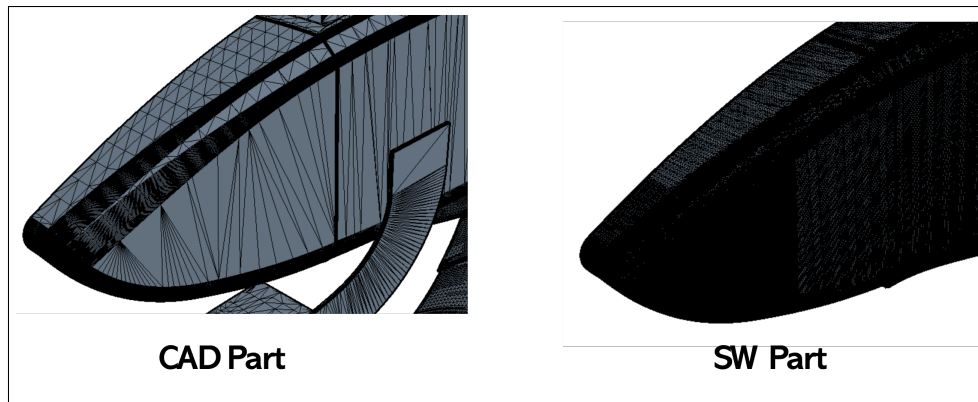


Figure 3.19 Comparatif avant/après l'opération de *Surface Wrappers*

Deux approches particulières se distinguent pour élaborer un maillage tridimensionnel à partir d'un domaine fluide défini : les méthodes d'extrusion et les méthodes par intersection. Les méthodes par extrusion sont souvent qualifiées d'ascendantes, générant et propageant des cellules volumiques directement depuis le maillage surfacique jusqu'à remplir la totalité du domaine fluide. Ces méthodes s'appuient sur des algorithmes de front ou des algorithmes de triangulation de Delaunay régis par des paramètres stricts de taille d'éléments et des fonctions de croissance permettant une meilleure gestion de la transition entre les cellules pariétales et les cellules du champ lointain.

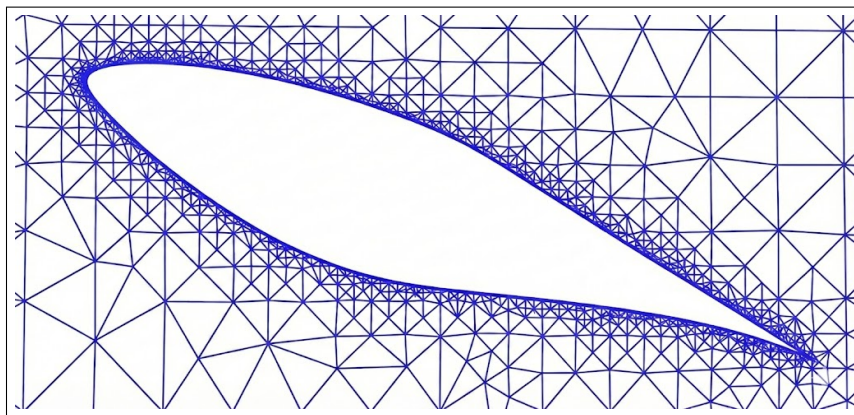


Figure 3.20 Exemple de génération ascendante de maillage appliquée à un profil d'aile

À l'inverse, les méthodes par intersection comme l'algorithme *Octree* utilisé par StarCCM+ adoptent une stratégie différente en initialisant un maillage cartésien grossier, remplissant l'intégralité du domaine fluide. Les éléments sont ensuite réduits par découpage récursif en fonction de leur proximité à une paroi ou une frontière définie comme importante dans l'algorithme. Cette approche permet de maximiser la taille des cellules dans les zones de faible gradient et d'écoulement libre, tout en capturant la forme de l'objet étudié grâce aux raffinements des cellules découpées.

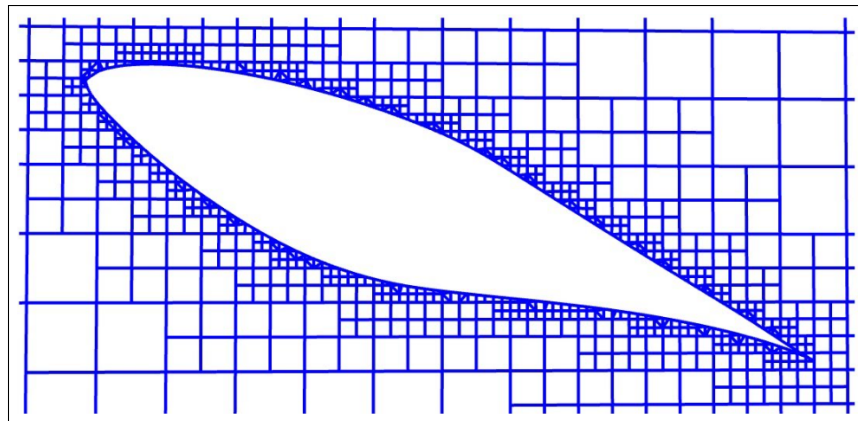


Figure 3.21 Exemple de génération descendante de maillage appliquée à un profil d'aile

Chacune de ces approches comporte des avantages et des inconvénients qui lui sont propres, notamment au niveau du rapport respect de la géométrie/efficacité de maillage. Dans le cadre de cette étude, une approche descendante a été retenue comme étant la plus pertinente pour sa rapidité d'exécution, le manque de fidélité à la géométrie initiale pouvant être corrigé grâce à des raffinements locaux. Ce choix est par ailleurs motivé par la prédisposition de cet algorithme à générer des éléments cubiques et orthogonalement parfaits dans la majeure partie (>95%) du domaine ce qui assure une stabilité et une robustesse numérique incomparable aux méthodes ascendantes.

Les figures 3.22 et 3.23 permettent de constater l'évolution de la taille des éléments dans un maillage centré sur une Formule SAE. On y remarque également l'existence des boîtes de raffinement permettant de limiter localement la taille maximale des éléments découpés.

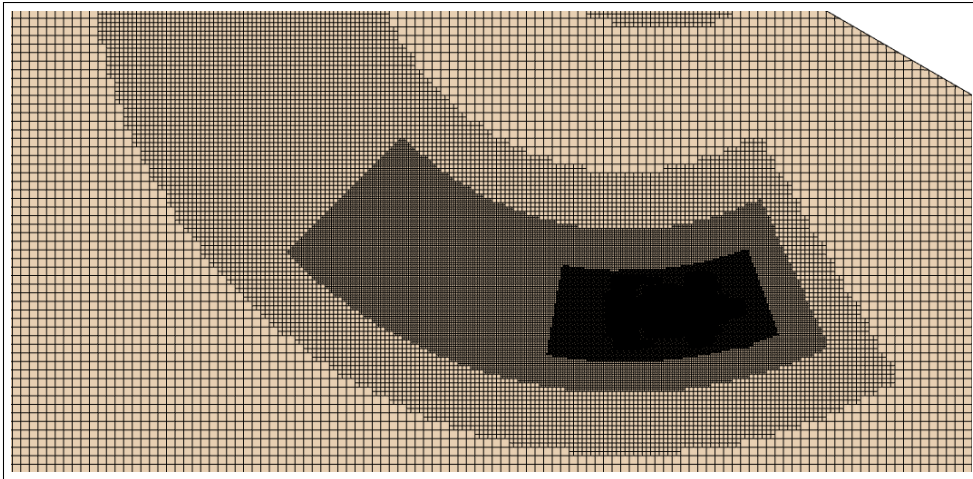


Figure 3.22 Vue supérieure du maillage CSM

Afin d'améliorer la précision de ce maillage, on utilise différents types de raffinements locaux permettant d'augmenter la densité de cellule dans des zones de forts gradients où la précision est de rigueur pour assurer des résultats physiquement exploitables. Ces types de raffinement se décomposent en deux familles : les raffinements contrôlés (généralement sur des surfaces ou dans des boîtes) et les raffinements liés au calcul de la couche limite (couches PRISM).

3.6.3 Raffinement du maillage

Les opérations de raffinement du maillage visent principalement à en améliorer la précision à des endroits clés, où l'on s'attend à observer des phénomènes tourbillonnaires critiques ou des parties du maillage où les gradients de l'écoulement sont plus abrupts et compromettent la stabilité de la solution. Plusieurs façons de définir un raffinement du maillage existent et sont intégrées dans le logiciel Simcenter StarCCM+ :

- **Les contraintes de bord** : on définit des propriétés que le maillage peut ou doit respecter par rapport au bord d'une face, généralement sur l'objet étudié afin d'en améliorer la représentation notamment dans le cas de faces fines ou de bords de fuite vifs.

- **Les contraintes de face** : les propriétés définissent quelle taille d'éléments et quelles fonctions de croissances peuvent être utilisées sur une surface donnée, généralement liée à la géométrie de l'objet ou du domaine afin d'améliorer la représentation de courbes.
- **Les contraintes de volume** : ici les propriétés de discrétisation sont définies pour tout le volume de maillage contenu dans la forme du raffinement. Ces fonctions servent particulièrement à raffiner le maillage autour d'éléments tournants, ou dans le sillage de l'objet étudié où l'énergie cinétique turbulente reste élevée.

Plusieurs de ces contraintes de raffinement sont utilisées sur les maillages des modèles ligne droite et virage afin d'améliorer localement la géométrie de la voiture ainsi que la modélisation des tourbillons dans le sillage. En l'occurrence, et en accord avec les préconisations de Lanfrit, trois boîtes sont utilisées au niveau du sillage du prototype pour en améliorer la modélisation. Chacune de ces boîtes se voit fixée une taille maximale pour les éléments qu'elle contient ce qui permet de limiter localement la croissance du maillage, et retenir des cellules suffisamment petites pour conserver une précision et une robustesse de la solution.

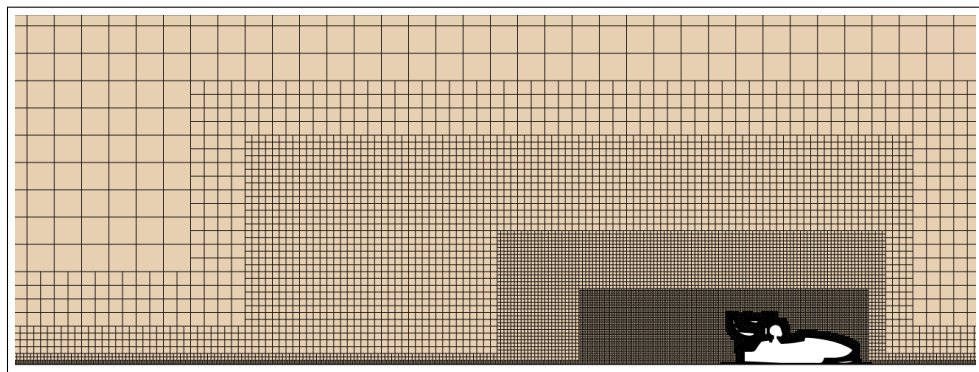


Figure 3.23 Vue latérale du maillage SLSM

Le raffinement du maillage dans le sillage de l'objet étudié est une composante cruciale à la fidélité d'une simulation en aérodynamique, puisque les effets de sillage sont généralement liés aux différentiels de pression générés par ledit objet. Particulièrement pour un véhicule générant

des forces aérodynamiques pour améliorer sa performance, ces effets de sillage tourbillonnaires sont extrêmement puissants et nécessitent des raffinement précis pour être captés correctement et offrir des prédictions réalistes.

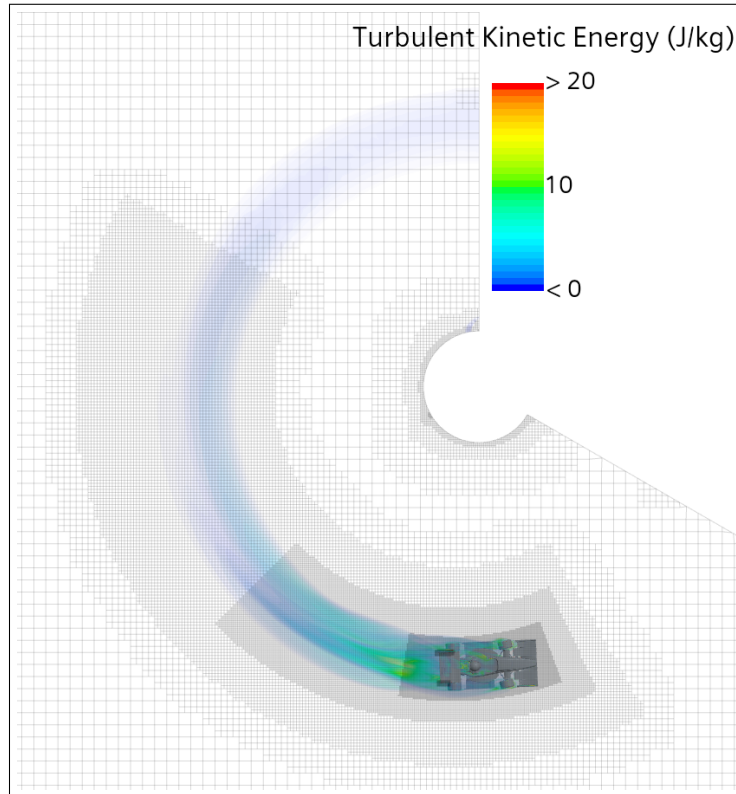


Figure 3.24 Évolution de l'énergie cinétique turbulente dans le sillage raffiné du modèle CSM

La figure 3.24 introduit un exemple d'une quantité numérique, l'énergie cinétique turbulente, pour laquelle la définition du maillage est critique, particulièrement dans le sillage du prototype étudié.

Des boîtes similaires sont également utilisées afin de réduire la taille des éléments drastiquement au niveau de la jonction entre le sol et les roues, pour empêcher les phénomènes de pont entre les surfaces qui peuvent résulter en un maillage grossier sinon dégénéré (voir figure 3.25).

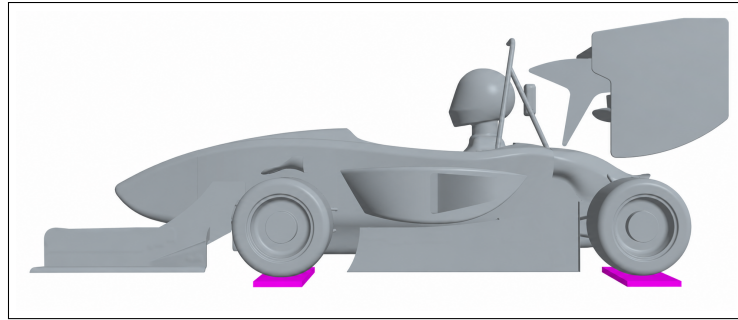


Figure 3.25 Boîtes de raffinement pour le contact roue-sol

En parallèle de ces raffinements volumiques, on retrouve au niveau du domaine un raffinement surfacique sur la frontière symbolisant le sol, que ce soit pour le modèle ligne droite ou le modèle virage. En effet, le sol ayant une adhérence et l'efficacité du prototype reposant en partie sur la création d'un effet de sol, la qualité du maillage entre le fond de la monocoque et le sol revêt une importance cruciale pour la qualité des prédictions aérodynamiques. Pour cette raison, on applique donc une contrainte de surface au sol afin de limiter la taille de ses éléments, ainsi que des conditions de maillage PRISM afin d'améliorer la qualité de la modélisation de la couche limite.

3.6.4 Couches PRISM et maillage de la couche limite

Pour quantifier et standardiser la finesse du maillage à la paroi, la MFN s'appuie sur la distance adimensionnelle à la paroi, notée y^+ . Ce paramètre exprime le ratio entre les forces turbulentes et les forces visqueuses, et permet de situer le premier nœud du maillage par rapport aux différentes sous-couches de la couche limite turbulente. Il est défini par l'équation suivante :

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y_1}{\mu} \quad (3.15)$$

où ρ est la masse volumique du fluide, y_1 est la hauteur de la première maille (distance absolue par rapport à la paroi) et u_τ est la vitesse de frottement, définie par

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.16)$$

Le choix de la valeur cible de y^+ dicte entièrement la stratégie de maillage. Pour résoudre explicitement la sous-couche visqueuse (nécessaire avec des modèles de turbulence tels que le $k - \omega$ SST, particulièrement performant pour la prédiction des décollements aérodynamiques), il est impératif d'avoir un $y^+ \approx 1$. Si des fonctions de paroi sont utilisées, comme c'est le cas avec un modèle $k - \epsilon$ standard, le premier centre de maille doit se situer dans la zone logarithmique, ciblant généralement une valeur de $30 < y^+ < 300$. La figure 3.26 fait office de rappel sur les sous-couches de la couche limite.

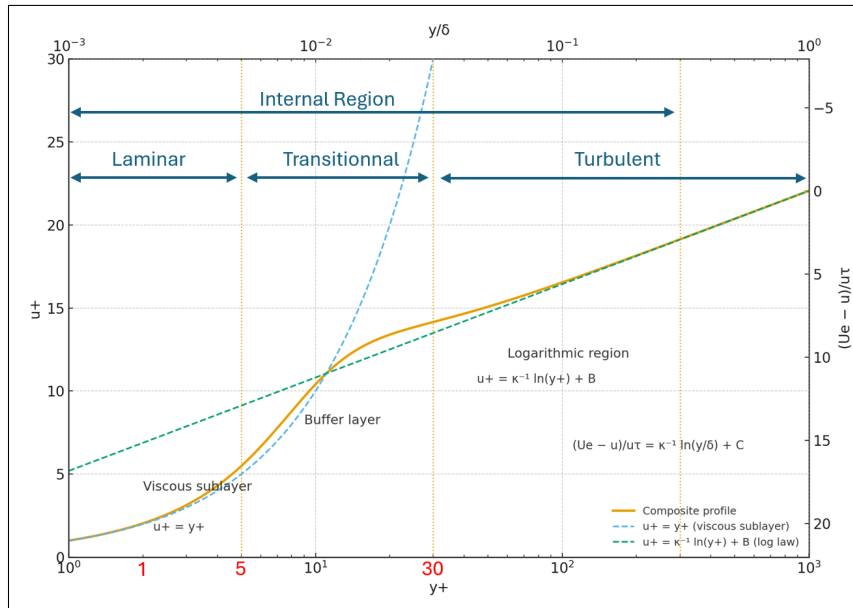


Figure 3.26 Correspondance des valeurs de y^+ aux sous-couches de la couche limite

Pour satisfaire ces exigences de haute résolution pariétale, un y^+ de 1 requérant souvent un y_1 de l'ordre d'une fraction de millimètre, tout en maintenant un coût de calcul viable, l'utilisation exclusive d'éléments isotropes est proscrite. Une telle approche générerait un nombre de cellules

géométrique exorbitant et injustifié faisant augmenter exponentiellement les ressources de calcul nécessaires.

La solution standard consiste à générer des couches d'éléments prismatiques extrudées à partir du maillage surfacique. Ces éléments tirent parti de l'anisotropie de l'écoulement : les gradients de vitesse sont extrêmes dans la direction normale à la paroi qui nécessitent donc une très grande finesse, mais les variations sont beaucoup plus graduelles dans les directions tangentielles, résultant en des cellules très allongées. Les prismes, en s'alignant orthogonalement à la surface, garantissent un calcul précis du flux visqueux tout en limitant la diffusion numérique. Un exemple concret du maillage appliqué à un aileron de DELTA-25 est l'objet de la figure 3.27.

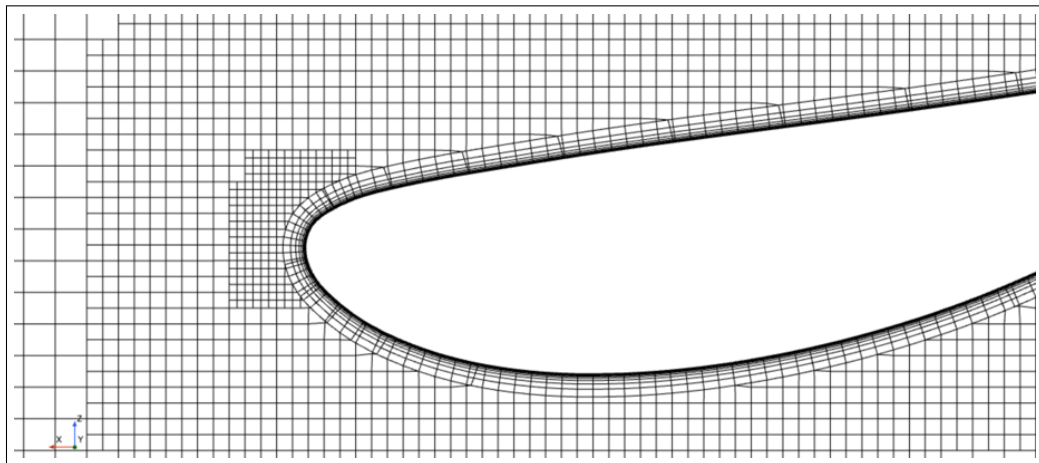


Figure 3.27 Zoom sur la configuration de maillage d'une aile, incluant les couches PRISM et le raffinement de bord d'attaque

La création de ces couches prismatiques nécessite le paramétrage de trois variables clés : la hauteur de la première cellule (Δy_1), le taux de croissance géométrique (r) et le nombre total de couches (N).

Le dimensionnement commence par l'estimation de Δy_1 . En utilisant une corrélation empirique pour estimer le coefficient de frottement C_f (par exemple, sur une plaque plane turbulente

$C_f \approx 0.058Re_x^{-1/5}$), on déduit τ_w puis u_τ . La hauteur de la première cellule se calcule alors par :

$$\Delta y_1 = \frac{y^+ \mu}{\rho u_\tau} \quad (3.17)$$

Une fois Δy_1 fixée, les couches suivantes grandissent selon une progression géométrique pour assurer une transition fluide vers le maillage du cœur de l'écoulement. L'épaisseur totale de la zone prismatique, h_{tot} , doit idéalement englober la majeure partie de l'épaisseur physique de la couche limite δ . Elle est régie par la somme d'une suite géométrique :

$$h_{tot} = \Delta y_1 \sum_{i=0}^{N-1} r^i = \Delta y_1 \left(\frac{1 - r^N}{1 - r} \right) \quad (3.18)$$

En pratique, un taux de croissance r modéré (typiquement compris entre 1.1 et 1.25) est sélectionné pour éviter des sauts de volume brutaux entre cellules adjacentes, ce qui dégraderait le conditionnement de la matrice du solveur et ralentirait la convergence. L'optimisation de ce triplet $(\Delta y_1, r, N)$ constitue le fondement d'un maillage pariétal robuste et performant.

3.6.5 Analyse et validation du maillage

Une fois généré et configuré correctement, des analyses et des étapes de validation doivent être conduites afin de déterminer sa robustesse, sa viabilité et son efficacité.

Pour la solution de référence en SLSM, à une vitesse de 16m/s et une hauteur de caisse de 30mm, le diagnostic du maillage est résumé dans le tableau 3.3.

Ces métriques témoignent d'un maillage de globalement bonne qualité, ceci étant principalement dû à l'utilisation d'un mailleur à génération descendante. La très grande majorité des cellules sont d'une qualité supérieure à 0.9 et sont parfaitement orthogonales, notamment à l'écart des parois. La qualité des cellules chute cependant à l'approche des frontières numériques du prototype, les cellules liées au mailleur PRISM étant très allongées et la transition entre le maillage descendant et les couches PRISM étant agressive par endroits. Toutefois, une vérification quantitative et

Tableau 3.3 Diagnostic et critères de qualité du maillage volumique

Métrique de Qualité	Valeur Obtenue
<i>Statistiques générales du maillage</i>	
Nombre total de cellules	17'678'987
Type de cellules dominantes	Cubiques
<i>Qualité géométrique</i>	
Asymétrie max	78°
Validité de face min.	0.955
Changement de volume min.	0.00173
Cellules de mauvaise qualité (< 0.8)	0
<i>Résolution de la paroi et couche limite</i>	
Épaisseur totale	8.0 mm
Nombre de couches prismatiques	24
y^+ moyen	0.0334
y^+ max	0.105

qualitative des valeurs de y^+ prouve la qualité du maillage de la couche limite, avec un nombre suffisant de couches prismatiques pour définir correctement le profil des vitesses au voisinage de la paroi.

Dans le cadre d'une étude MFN, la taille des éléments au travers de paramètres comme la condition de CFL revêt une importance cruciale sur la qualité des informations que le maillage peut transmettre. Ainsi, des cellules trop larges verront des informations être perdues malgré un temps de calcul plus faible, tandis que des cellules plus fines très précises augmenteront le temps global alloué à la simulation, tant au niveau de l'étape du maillage que de l'étape du calcul. Pour étudier l'influence de la taille du maillage, grâce aux options intégrées à StarCCM+, il est possible de faire varier le paramètre « taille de base » dont toutes les autres variables de maillage

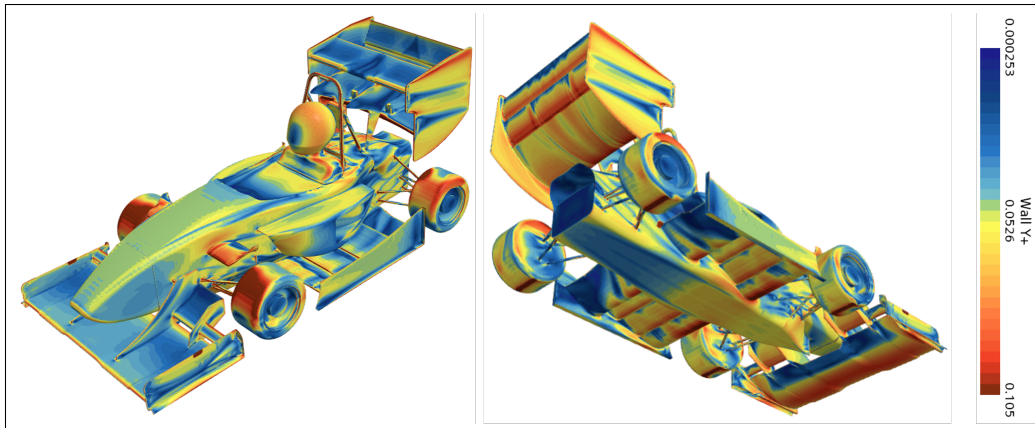


Figure 3.28 Vérification du Y+ au voisinage des frontières de DELTA-25 et caractérisation des couches PRISM

dépendent afin d'étudier l'influence de la taille du maillage sur les résultats de la simulation. Une étude comparative a donc été menée.

Dans le cas des simulations menées sur DELTA-25, la taille de base possède une influence notable sur la solution finale, notamment la valeur et la stabilité d'une métrique essentielle comme le CLA. Une valeur de base trop élevée (40 millimètres) détériore grandement le résultat tandis que des valeurs plus basses (24, 20 millimètres) tendent vers un résultat plus proches des données expérimentales. Une certaine tendance à l'instabilité a toutefois été notée pour des tailles de base trop rétrécies (20, 16 millimètres), amenant la taille de base pour les maillages de cette étude à être fixée à des valeurs entre 24 et 26 millimètres.

Pour des tailles inférieures ou égales à 35 mm, les solutions gravitent autour d'un CLA similaire en première instance, indiquant une indépendance notable de la solution par rapport à la taille de maillage. Cette vérification assure, de la même manière que l'étude réalisée sur la taille du domaine, une certaine qualité et fiabilité de la solution.

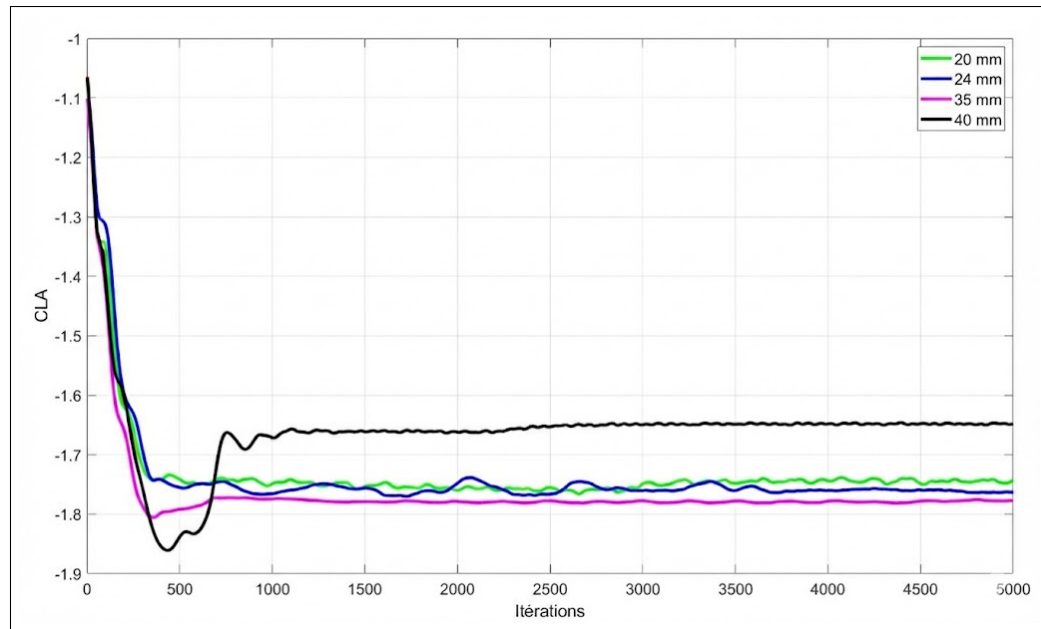


Figure 3.29 Étude de l'influence de la taille de Base du maillage

3.7 Solveur numérique

L'un des objectifs dans le cadre de cette étude étant de limiter les divergences de modélisation entre le cas SLSM et le cas CSM, ces deux modèles partagent leur configuration de par la similarité des conditions en jeu, c'est à dire une vitesse inférieure à 32 m/s, supportant l'hypothèse d'une modélisation constante de masse volumique.

3.7.1 Schéma de résolution des équations

Le modèle numérique commun aux deux cas repose sur un solveur implicite pour lesquels les écoulements sont couplés en utilisant un schéma de Roe FDS (Roe, 1981; Riemann, 1860). Cette configuration est particulièrement adaptée à l'étude d'un prototype de FSAE pour sa tolérance aux géométries complexes et aux forts gradients de pression créés par la production de déportance et de tourbillons de bout d'aile. À l'inverse des solveurs ségrégés qui résolvent la pression et la vitesse séparément, les solveurs couplés traitent toutes les équations simultanément, entraînant une augmentation du temps de calcul au profit d'une meilleure précision de la solution.

Ce compromis est ici crucial afin d'améliorer la prédiction des quantités aérodynamiques mises en jeu, de la déportance à la traînée induite.

L'ajout d'un schéma de Roe permet par ailleurs de limiter la dissipation ce qui permet une capture plus nette des structures de sillage et des tourbillons, essentielles à la compréhension des interactions fluide-structure et entre chacun des éléments aérodynamiques. Des méthodes comme celle de Van Leer, quant à elles, ont amené à des prédictions non corroborées par des essais expérimentaux, présentant généralement des sous-prédictions de traînée.

Spatialement, un schéma de discrétisation MUSCL du 3ème ordre à différenciation centrale (van Leer, 1979) est utilisé pour viser la plus haute fidélité possible numériquement avec un modèle RANS, au détriment d'une augmentation supplémentaire du temps de calcul. Pour une aérodynamique de haute performance, et particulièrement aux sillages fortement cisailés, cette précision accrue permet de ne pas lisser artificiellement les tourbillons, ce qui fausserait les prédictions d'écoulement d'élément en élément. L'utilisation d'un schéma de 3ème ordre minimise cette diffusion numérique, assurant que l'énergie des tourbillons est conservée au travers du domaine, ce qui est d'autant plus indispensable pour étudier les effets asymétriques en conditions de lacet ou de virage.

La stabilité de la solution est assurée par des paramètres précis, assurant un équilibre précaire entre robustesse et vitesse de convergence. Le nombre de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) (Courant, Friedrichs & Lewy, 1928) est fixé à 200, une valeur relativement élevée permettant d'augmenter drastiquement la vitesse de convergence vers la solution stationnaire, sans en sacrifier la stabilité. Plusieurs réglages de CFL ont été réalisés afin d'étudier l'influence de ce nombre sur la convergence du calcul et sont présentés dans la figure 3.30.

Face à cela, le facteur de sous-relaxation est compris entre 0,15 et 0,30, une valeur basse permettant de contrebalancer l'agressivité induite par un haut CFL et d'empêcher la divergence en agissant comme un amortisseur numérique limitant les variations trop brutales d'une itération à l'autre. Un limiteur de gradient de Venkatakrishnan est accolé à cette configuration pour

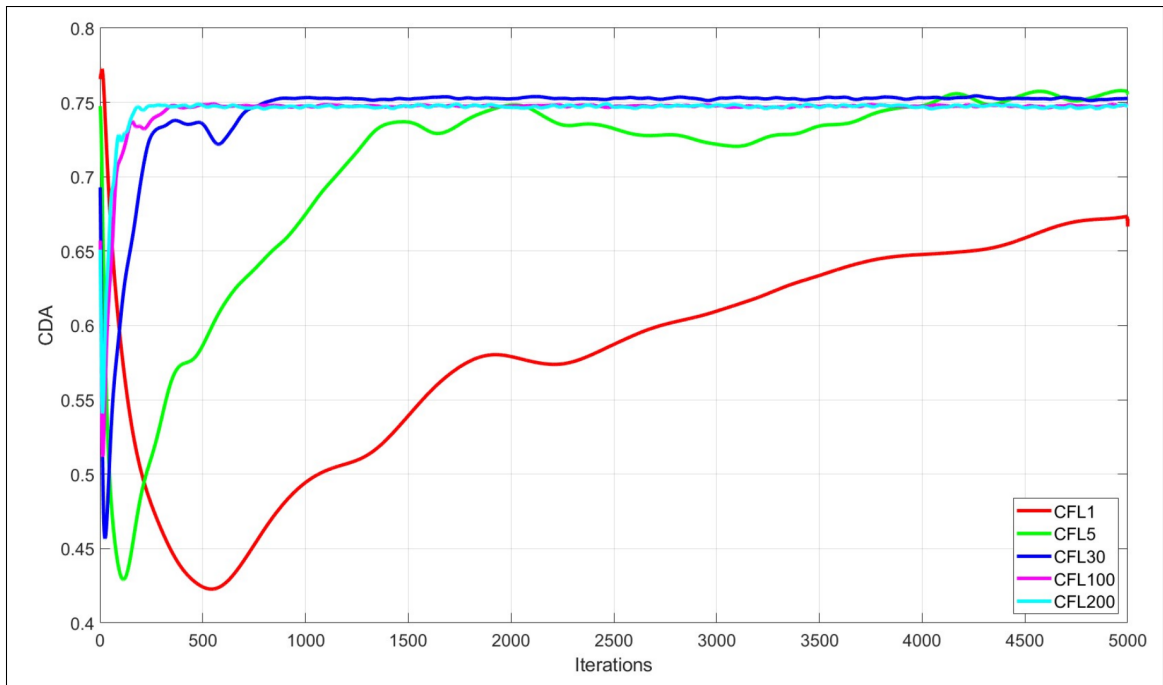


Figure 3.30 Étude de l'influence de la condition CFL sur la vitesse de convergence pour $\alpha = 0.3$

empêcher des oscillations physiquement fausses d'apparaître dans la solution, notamment dans les zones où le maillage présente une qualité plus faible (Venkatakrishnan, 1993).

Du côté de la gestion des frontières, malgré une valeur de y^+ inférieure à 1 sur la totalité de la voiture, des fonctions de parois sont ajoutées aux paramètres de résolution afin d'augmenter la robustesse de la modélisation et de pallier à des erreurs locales de maillage dans le processus de conception interne à Formule ETS. Ces fonctions sont configurées pour s'adapter localement, et ne prennent effet que pour des valeurs de Y^+ supérieures à 30.

Finalement, des conditions d'arrêt sont fixées afin de limiter le temps de calcul au strict nécessaire. Le nombre d'itération maximum est fixé à 3000, ce qui permet d'assurer une certaine marge où le calcul se termine après 1000 itérations dans un état stable. Une condition sur la continuité est également fixée à 5×10^{-5} afin de pouvoir terminer le calcul si une précision suffisante est atteinte. Une dernière condition est fixée sur l'énergie cinétique turbulente, afin de pouvoir arrêter le calcul en cas de divergence. L'intérêt de cette dernière limite est de pouvoir arrêter le

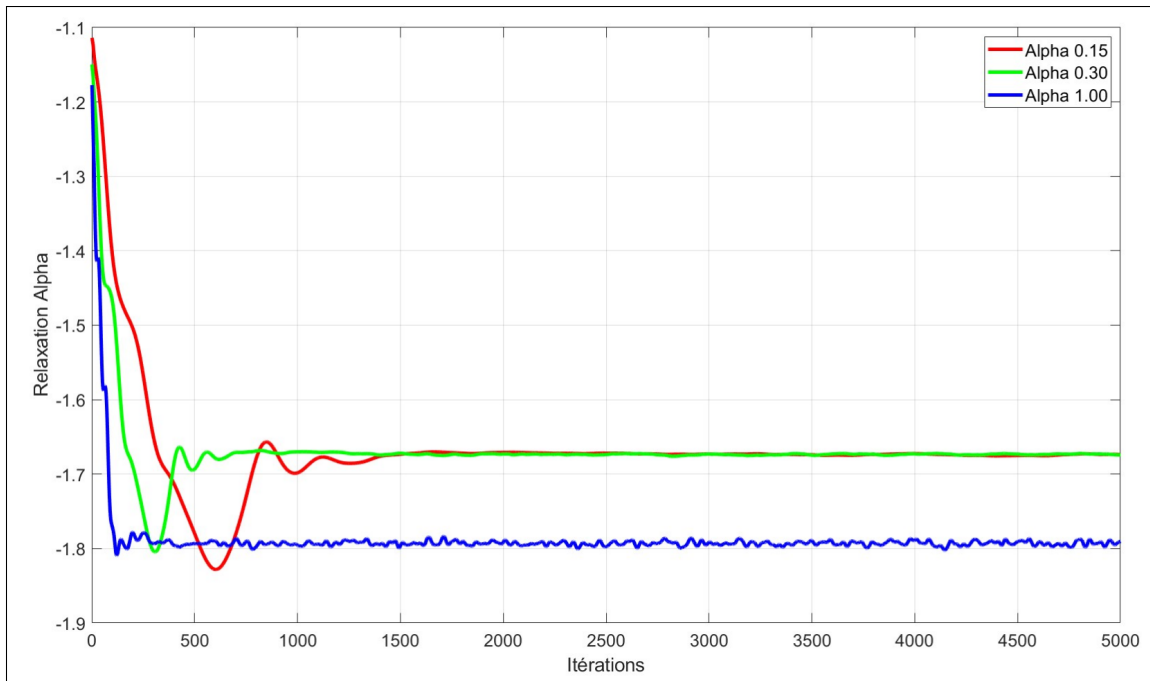


Figure 3.31 Étude de l'influence du facteur de sous-relaxation sur la stabilité de convergence pour CFL=200

calcul avant qu'une erreur se produise, et d'étudier où les pics d'énergie cinétique turbulente se produisent afin de pouvoir corriger les erreurs qu'ils traduisent.

3.7.2 Analyse et qualité des solutions SLSM et CSM

En MFN, les résidus représentent le déséquilibre local d'une variable conservatrice pour chaque volume de contrôle, généralement une cellule du maillage dans la cadre de la méthode des volumes finis. Ils traduisent la qualité de la résolution des équations différentielles concernées en invoquant l'ordre de grandeur de l'erreur numérique séparant chaque côté de l'équation. Les résidus sont majoritairement utilisés pour les études de convergence d'une simulation numérique, attestant de la fiabilité de la solution par rapport aux équations discrètes utilisées. Ils permettent également de juger la stabilité de la solution, mettant en lumière des instabilités locales qui témoigneraient d'erreurs de modélisation. Le graphique des résidus pour les solutions de référence pour les modèles SLSM et CSM sont présentées respectivement dans les figures

3.32 et 3.33.

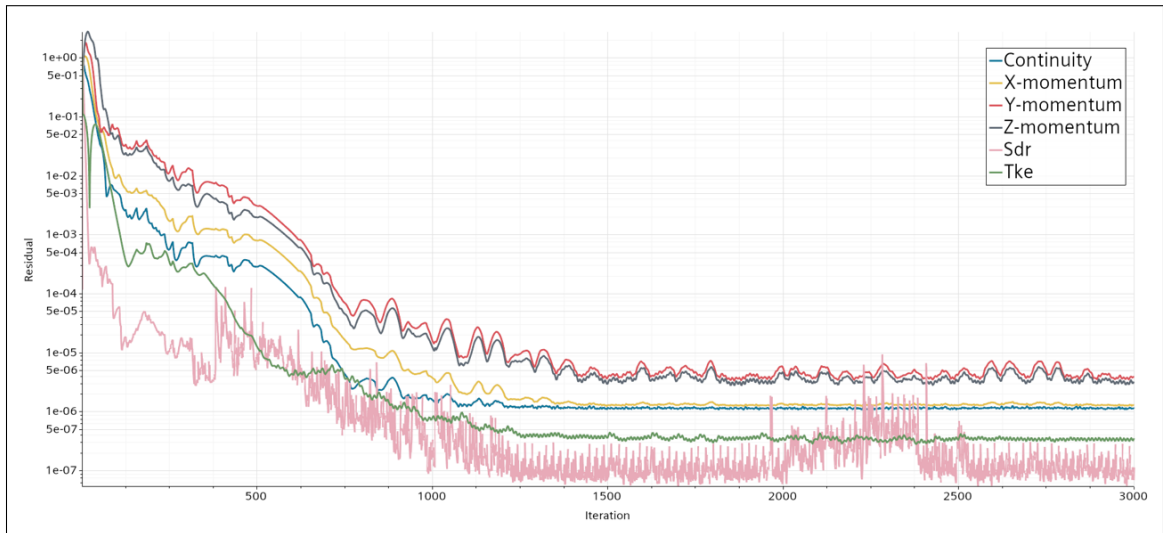


Figure 3.32 Résidus de la solution SLSM du cas d'étude en ligne droite

Pour le cas de la SLSM, les résidus peuvent être considérés comme très bons, étant tous inférieurs à un ordre de grandeur de 10^{-5} , attestant donc d'un très faible déséquilibre dans chacune des équations aux dérivées partielles considérées. Plus particulièrement, l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation spécifique chutent à un ordre de grandeur proche de 10^{-7} , indiquant une excellente résolution des équations de transport liées à la turbulence.

Dans ce cas-ci, les résidus atteignent une valeur seuil aux alentours de l'itération 1500, itération qui pourrait être finale, les 1500 résolutions suivantes n'apportant pas une meilleure précision de la solution pour les schémas temporels et spatiaux utilisés. On remarque toutefois des oscillations erratiques une fois le plateau stabilisé atteint, qui pourraient être symptômes de phénomènes transitoires conséquents que des paramètres comme le nombre CFL ou le facteur de sous-relaxation pourraient lisser plus efficacement.

Globalement, le modèle SLSM converge de manière satisfaisante, c'est à dire qu'elle présente une solution robuste et reproductible.

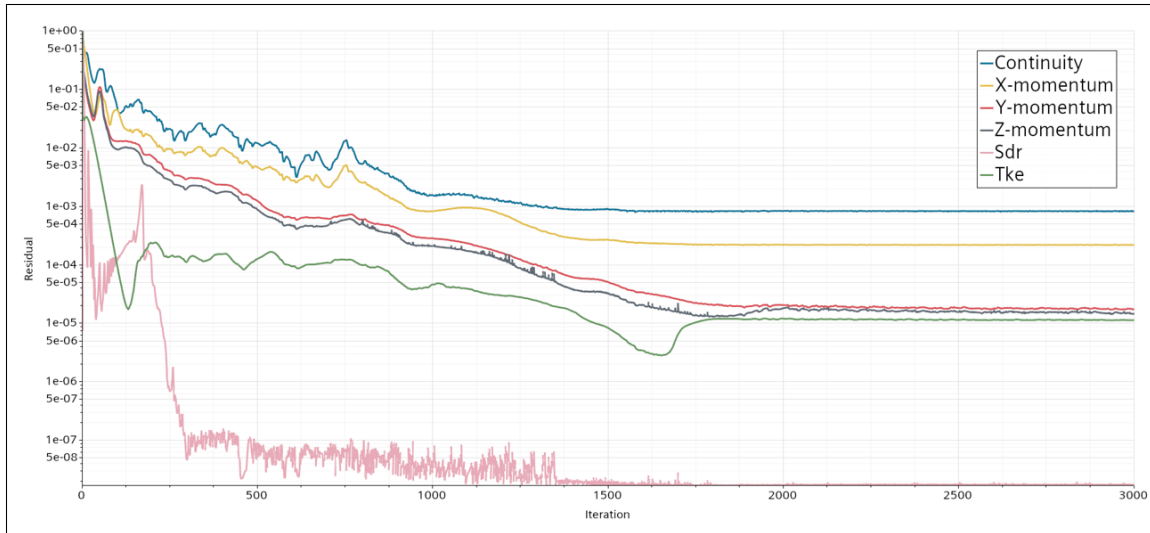


Figure 3.33 Résidus de la solution CSM basée sur le cas de Skidpad

En revanche, pour ce qui est de la solution CSM, la convergence est convenable sans être satisfaisante. Le résidu lié à la continuité est stabilisé à un ordre de grandeur de 10^{-3} , ce qui est acceptable sans être excellent, tandis que les autres quantités atteignent des ordres de grandeur approchant 10^{-4} voire 10^{-5} , or taux de dissipation spécifique. Ces déséquilibres numériques peuvent avoir plusieurs causes, de la qualité de la discrétisation à la complexité des écoulements présents.

Néanmoins, la théorie prédominante pour expliquer cette convergence moyenne met en cause la géométrie de DELTA-25. En effet, ce prototype ayant été développé exclusivement à l'aide d'un modèle SLSM, les effets asymétriques et liés au virage n'ont pas pu être pris en compte. Ces effets provoquent d'importants décollements sur les surfaces aérodynamiques, en particulier les surfaces verticales stabilisatrices comme celle de l'aileron arrière, présentée en figure 3.34.

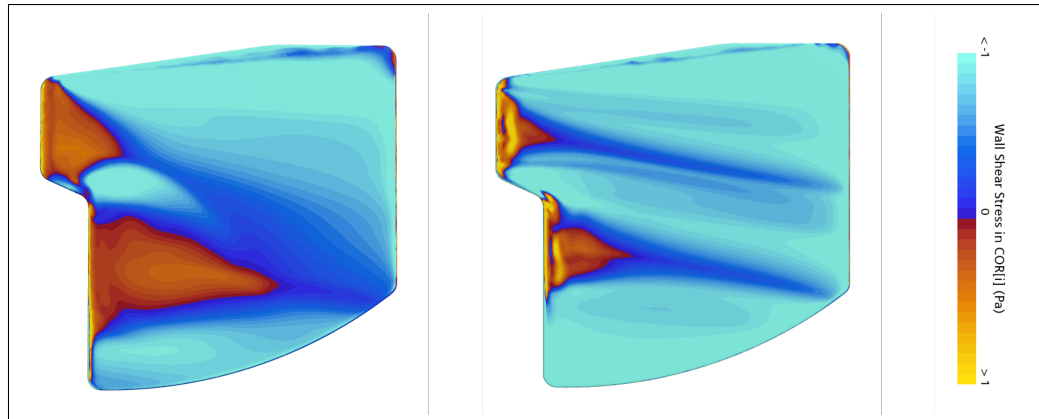


Figure 3.34 Comparaison des décollements sur l'aileron arrière dans le modèle CSM (gauche) et SLSM (droite)

Si une investigation visant à améliorer la qualité des résidus et de la solution est possible pour le modèle CSM, des résidus élevés ne sont pas nécessairement synonymes de mauvaise solution. D'autres indicateurs existent pour s'assurer que les prédictions offertes par des modèles CFD sont pertinentes et utilisables dans un cycle de développement. Le tableau 3.4 condense quelques statistiques sur les caractéristiques aérodynamiques monitorées pour les modèles SLSM et CSM.

Tableau 3.4 Métriques de stabilité des moniteurs aérodynamiques

	Moniteur	Moy. (μ)	E-T (σ)	Étendue (Δ)	Pente (m)	Conv.
SLSM	C_{LA}	-1.563	1.23×10^{-3}	4.5×10^{-3}	-1.69×10^{-6}	Bonne
SLSM	C_{DA}	-0,647	3.40×10^{-5}	1.4×10^{-4}	2.20×10^{-8}	Excel.
CSM	C_{LA}	-3.755	2.18×10^{-3}	6.1×10^{-3}	1.0×10^{-5}	Bonne
CSM	C_{DA}	-1.629	$1,61 \times 10^{-3}$	8.3×10^{-3}	1.7×10^{-5}	Bonne
CSM	C_{SA}	0.616	3.12×10^{-3}	1.2×10^{-2}	4.3×10^{-5}	Moy.

Cette analyse statistique préliminaire confirme les analyses tirées de l'étude des résidus, à savoir que le modèle CSM présente une convergence plus faible que le modèle SLSM. Néanmoins, la convergence des moniteurs est suffisamment bonne pour que le modèle puisse être utilisé à des fins de développement.

CHAPITRE 4

VALIDATION DES MODÈLES MFN ET CORRÉLATION AUX DONNÉES EXPÉRIMENTALES

Plusieurs étapes de validation sont présentées dans ce chapitre. La première consiste en une analyse critique de la réalité physique décrite par les modèles concernés. Les étapes suivantes visent à comparer les solutions numériques à des données acquises expérimentalement, en soufflerie et sur piste, pour assurer la justesse et la précision des prédictions aérodynamiques.

4.1 Résultats et pertinence des prédictions aérodynamiques

Cette section vise à présenter les résultats tirés des simulations SLSM et CSM traduisant le comportement aérodynamique de DELTA-25 en ligne droite et en virage, afin de conclure sur la pertinence physique des résultats prédits. La totalité des cartes aérodynamiques générées par ces modèles est disponible en annexe de ce mémoire.

Du côté de la simulation rectiligne du modèle SLSM (figure II-2), plusieurs tendances émergent entre les caractéristiques aérodynamiques et les hauteurs de caisses considérées. En particulier, les indices de traînées sont minimaux pour des hauteurs de caisse réduites, augmentent avec la garde au sol avant et arrière, et atteignent un maximum pour des valeurs de 40mm de hauteur. Ce comportement logique est lié à l'augmentation du différentiel de pression par l'effet de sol, augmentant les forces aérodynamiques sous le véhicule à mesure qu'il se rapproche du sol (Hucho, 1998). Pour les mêmes raisons décrites par Hucho, l'appui aérodynamique est minimal aux hauteurs de caisse minimales, notamment pour le cas d'un véhicule ne tirant pas parti et n'étant pas optimisé pour la génération d'appui par effet de sol, comme DELTA-25. En effet, utilisant majoritairement des profils et multi-éléments près du sol, ceux-ci ont tendance à présenter un décollement important pour des valeurs critiques de garde au sol, détériorant les caractéristiques aérodynamiques comme la génération d'appui (Ranzenbach & Barlow, 1994) pour les véhicules comme DELTA-25 dont la garde au sol théorique est inférieure à 30 mm et approche les valeurs critiques considérées.

Pour la simulation en virage, deux études des caractéristiques aérodynamiques sont étudiées. La première vise à apporter des données de conception pour la dynamique du véhicule, permettant de déterminer le couple roulis/lacet optimal pour des conditions de virage données. La seconde prend en compte le comportement dynamique du véhicule pour prédire les performances aérodynamiques dans différentes conditions de virage.

En premier lieu, les cartes aérodynamiques présentées en figure II-3 prédisent une traînée minimale pour un couple roulis/lacet de 0/0, se rapprochant donc des conditions utilisées pour l'optimisation de l'aérodynamique de DELTA-25 et présentant une surface normale à l'écoulement minimale. La traînée évolue ensuite avec l'augmentation de lacet et de roulis, provenant notamment de l'augmentation de surface normale à l'écoulement ainsi qu'à des phénomènes de décollement importants sur le prototype. Par ailleurs, le moment de lacet est maximal pour des valeurs élevées de roulis à lacet nul, minimal pour des angles de lacet élevés à roulis nul, et adoptant un comportement quasi-linéaire sur l'ensemble du domaine. En cause, des valeurs suffisamment faibles d'angles supportent la linéarité locale de la génération de moment de lacet (Milliken & Milliken, 1995) tandis que les déséquilibres induits par une variation transversale de la garde au sol, notamment dans un champ de vitesse régi par un gradient, expliquent la prédominance des effets de roulis sur les prédictions de $CM_z A$ (Wordley & Saunders, 2008). Ces conclusions sont supportées par l'évolution de la balance latérale AB%Y dans la carte aérodynamique associée.

Dans un second temps, la carte liant les performances aérodynamiques aux variations de rayon de virage et d'accélération latérale pour un modèle dynamique fixé (figure II-4) et sa physique sous-jacente paraissent extrêmement logiques et pertinents dans le cadre de la FSAE. Particulièrement, le coefficient d'appui aérodynamique augmente pour des faibles rayons et accélérations, celle-ci résultant d'une baisse du nombre de Reynolds améliorant la qualité de l'écoulement au voisinage du prototype (Ranzenbach & Barlow, 1994; Patel *et al.*, 2021). Du côté des coefficients de dérive et de moment de lacet, la tendance est similaire avec une génération de force/moment quasi nulle pour de fortes accélérations latérales qui témoignent intrinsèquement de faibles angles de lacet observés.

Globalement, les modèles SLSM et CSM représentent des réalités physiques porteuses de sens et correspondants aux observations réalisées dans des travaux scientifiques. On peut donc, de manière préliminaire, valider que les prédictions du modèle ont un sens physique pertinent.

4.2 Corrélations aux données extraites de la soufflerie

La validation en soufflerie permet de comparer les modèles de simulation à des conditions quasi-parfaitement contrôlées et connues, afin que le moins de variables extérieures, inconnues ou aléatoires ne puissent influencer sur les résultats de l'essai. Cette étape, critique dans le développement d'un modèle de simulation, vise à assurer un étalonnage correct du modèle numérique.

4.2.1 Installations de la soufflerie 8

La *Driveability Test Facility* dans les locaux de Ford, Allen Park, MI, est une installation visant aux tests aérodynamiques des véhicules conçus et produits par la Ford Motor Company. Ces tests incluent par exemple des essais météorologiques (temps sec, pluie, neige) ou des relevés aéroacoustiques qui permettent d'analyser les comportements aérodynamiques des véhicules ainsi que leur confort.

Dans ce contexte, la soufflerie 8 accueille une vingtaine d'équipes de FSAE par année afin de leur permettre de créer les données expérimentales nécessaires à la validation de leurs modèles de calcul. C'est une installation principalement aéroacoustique à circuit fermé et veine d'essai de type *open jet* aux trois-quarts. Conçue pour mener conjointement des essais aérodynamiques et acoustiques, elle dispose d'une buse de 18,7 m² (contraction 6 pour 1) permettant des vitesses d'air jusqu'à 54 m/s, extensibles à 67 m/s via un insert de buse réduit. L'installation assure un contrôle climatique précis (0-55°C, 10-90% Humidité) et intègre un système de gestion de la couche limite visant à reproduire des conditions de roulage plus fidèles, à défaut d'utiliser un tapis roulant. L'instrumentation repose sur une balance externe hexacomposante montée sur un plateau tournant et couplée à un dynamomètre à deux roues motrices offrant une réponse transitoire

rapide inférieure à 50 ms, permettant ainsi des relevés de forces et de moments extrêmement précis.

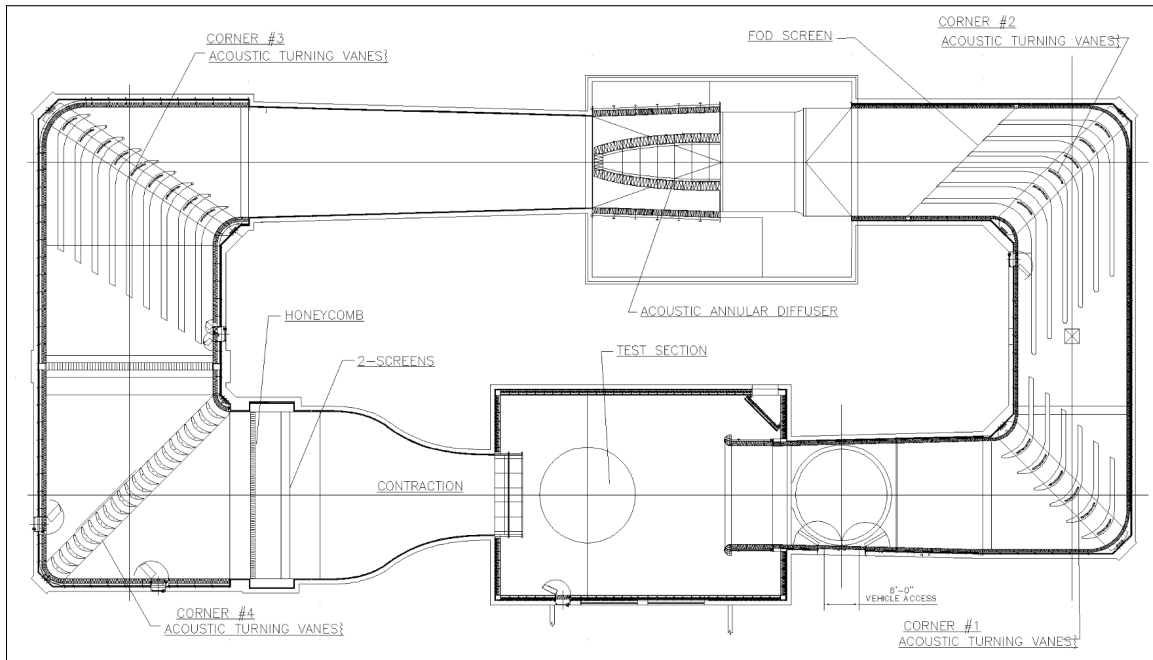


Figure 4.1 Plan technique de la Soufflerie 8 - SAE Paper 2002-01-0252

Pour satisfaire ces objectifs aéroacoustiques, l'architecture de la soufflerie 8 a été spécifiquement optimisée pour minimiser le bruit de fond et garantir des conditions hémi-anéchoïques jusqu'à 100 Hz dans le plénum. Le traitement acoustique comprend l'utilisation d'aubes directrices faisant office de baffles, un revêtement généralisé en fibre de verre (résistant aux contraintes thermiques) et un collecteur au design acoustiquement transparent. La source sonore principale, un ventilateur de 7 mètres, est dotée de 44 pales afin de repousser les fréquences d'émission vers des plages plus élevées, facilitant ainsi leur atténuation par les traitements passifs du circuit.

4.2.2 Particularités du modèle de simulation soufflerie

Par nature, la soufflerie 8 des installations de Ford n'est pas particulièrement adaptée à l'étude de prototypes pour lesquels l'effet de sol joue un rôle majeur. En effet, cette soufflerie n'utilise pas de tapis roulant afin de répliquer le mouvement entre le véhicule et la piste et souffre donc

d'un manque de fidélité à cet égard. Afin de pallier à ce manquement, un système de contrôle de la couche limite est implémenté dans la section d'essai afin de permettre des réglages sur la hauteur de la couche limite et faciliter la corrélation à des simulations numériques. Ce réglage est contrôlé par l'injection d'air au travers d'une fente placée au sol, en amont de l'objet étudié au niveau de l'entrée de la section de test, comme dépeint sur la figure 4.2.

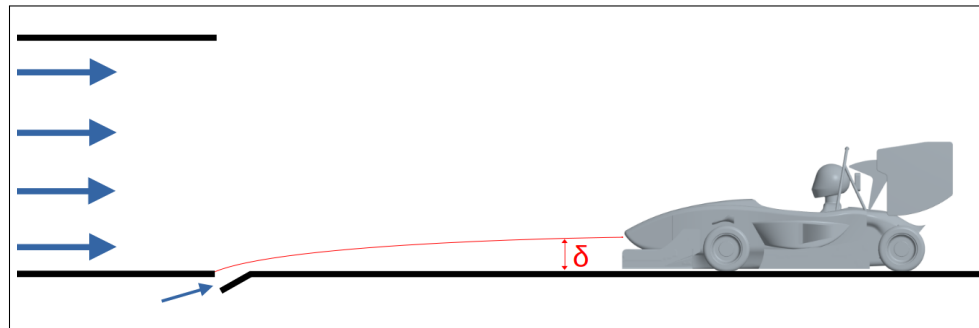


Figure 4.2 Système de contrôle de la couche limite de la soufflerie 8

Dans le cas de la simulation numérique, le même contrôle de la couche limite peut s'effectuer de plusieurs manières afin de simuler un cas similaire aux conditions de la soufflerie.

Une première option est de reproduire à l'identique la lèvre par laquelle de l'air est injecté dans la section de tests en utilisant les informations données par les capteurs de la soufflerie et la publication qui lui est associée. Cette méthode est trop complexe à mettre en place pour un résultat trop imprécis et n'a donc pas été retenue.

Une seconde solution, plus simple, consiste à rapprocher l'entrée d'air de la voiture dans la simulation jusqu'à ce que la couche limite au niveau du sol atteigne les valeurs décrites dans la documentation de la soufflerie. Cette technique présente l'avantage d'être simple à mettre en place grâce à l'existence des solutions analytiques de Blasius permettant de calculer la hauteur de la couche limite à une distance donnée d'une plaque plane. Toutefois, pour des vitesses plus faibles, cette solution force l'entrée d'air à être suffisamment proche de la voiture pour affecter la stabilité et la qualité de la solution. Cette solution n'est donc pas viable pour un modèle entièrement paramétrique.

Une dernière solution vise à utiliser les propriétés des conditions frontières murales, notamment leurs propriétés liées aux contraintes de cisaillement. En effet, les effets de couche limite en amont de la lèvre d'injection peuvent être globalement négligés. Il est donc possible d'augmenter la distance entre la voiture et l'entrée d'air dans le domaine en utilisant des conditions de non-cisaillement avant de transitionner vers une frontière cisillante. De manière analogue à la seconde solution, la distance entre le prototype et la transition des conditions murales peut être aisément calculée grâce aux formules de Blasius (Blasius, 1908) pour coller à la documentation fournie.

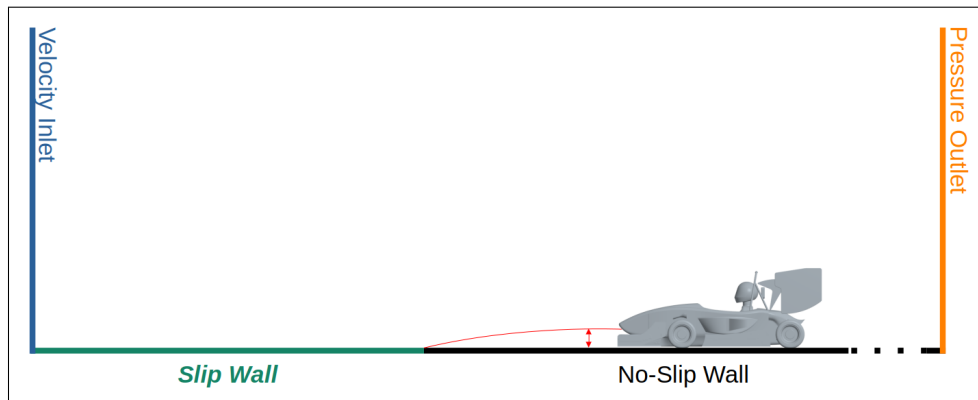


Figure 4.3 Modèle MFN adapté aux conditions de soufflerie

Cette approche comporte l'avantage de pouvoir modifier aisément les distances amont pour satisfaire au mieux aux relevés de pression dynamique tirés du système de diagnostic de la soufflerie, et a permis d'améliorer drastiquement la fidélité de la simulation en soufflerie (voir figure 4.9). Cependant, cet ajustement n'est pas nécessaire pour prédire des performances sur piste, à la condition près de laisser une distance amont suffisante à l'établissement d'une couche limite turbulente quasi-stable.

4.2.3 Méthodologie expérimentale pour l'étude d'une FSAE

L'analyse d'un prototype de FSAE dans des installations généralement adaptées à des véhicules d'un format plus commun présente certains défis. Cette section vise à expliciter dans quelles

conditions les relevés ont été effectués afin d’assurer la fidélité des résultats et leur reproductibilité. En premier lieu, la soufflerie 8 étant dédiée à l’étude aéro-acoustique elle n’est pas munie d’un tapis roulant et ne permet donc pas l’étude fidèle des phénomènes d’effets de sol et des sillages liés à la rotation propres des roues. Dans un second temps, l’empattement d’un prototype de FSAE étant minimal, des plateaux doivent être utilisés pour fixer la voiture à la balance de la soufflerie.

L’objectif premier est ainsi de répliquer les phénomènes de sillage des roues, ceux-ci étant ayant une influence conséquente sur l’aérodynamique locale et globale du véhicule. Pour les premiers essais en soufflerie, une profilé en aluminium avait été utilisé pour répliquer ces effets. Cette configuration est présentée en figure 4.4.

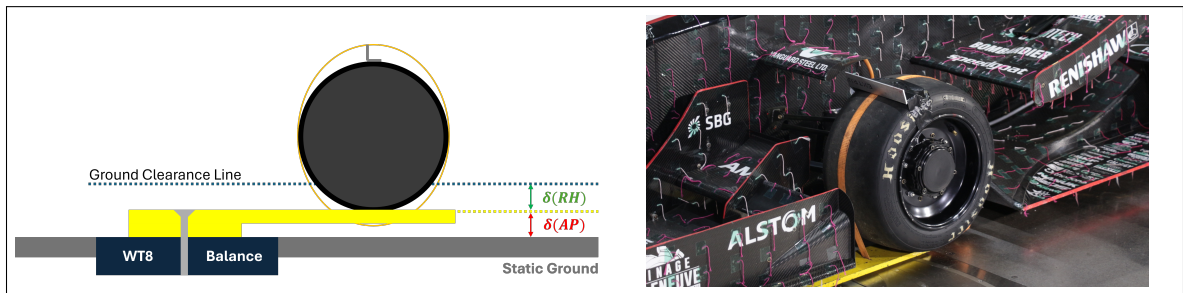


Figure 4.4 Dispositif de réplification du sillage des pneumatiques de MANIC-23

Cette configuration simple réplique une partie des effets de sillage sans que ceux-ci ne soient semblables aux phénomènes observés en simulation. Cette configuration présente également un second problème majeur dans le décalage effectif de la hauteur de caisse, faussant toutes les mesures préparées à l’avance en ajoutant 30 mm supplémentaires entre le fond plat du prototype et le sol. En 2025, ces deux problèmes ont été réglés grâce à la fabrication de pneus dédiés uniquement au passage en soufflerie. Ces pneus sont ouverts latéralement pour accueillir une cale qui repose directement sur la balance, et maintenue par une sangle serrée autour de la jante et non du pneu. L’ouverture dans le pneu et la présence de la cale permettent de rabaisser la voiture des 30 mm autrefois parasites et de mesurer les bonnes hauteurs de caisse en conditions

de soufflerie. Des ailettes sont également ajoutées autour du pneumatique avec pour objectif de reproduire les effets d'une couche limite en rotation. La schématisation de cette configuration est présentée en figure 4.5.

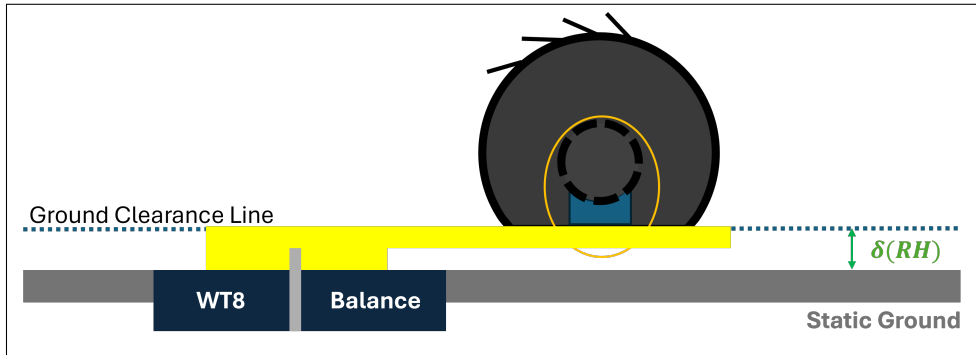


Figure 4.5 Schéma de la réplique de sillage mis en place pour DELTA-25

Particulièrement, le sillage lié au train roulant provoque un fort décollement de la couche limite avant l'apogée du pneu, lançant un fort phénomène de recirculation et un puissant tourbillon de sillage. La figure 4.6 illustre le point de décollement et les effets de sillages en aval du pneu sur Manic-23.

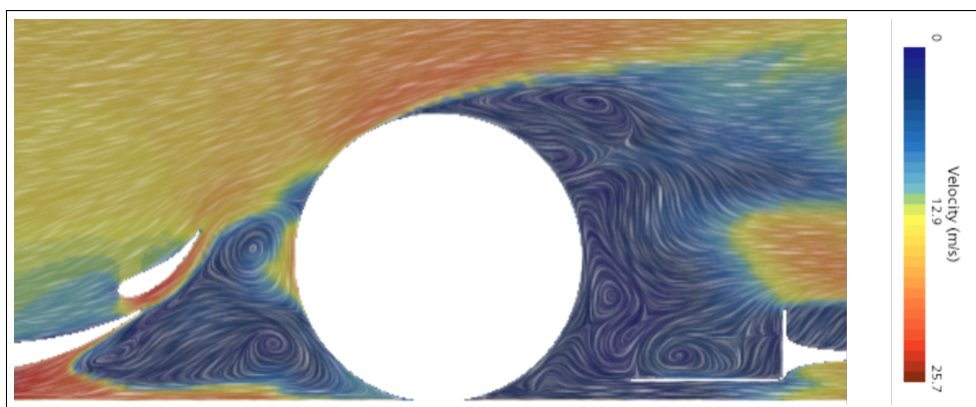


Figure 4.6 Effets de sillages liés à la rotation de la roue en conditions réelles de piste

Ce puissant tourbillon affecte les éléments situés en aval, comme les éléments latéraux et les ailerons arrières, dégradant leurs performances brutes en augmentant la finesse aérodynamique globale de ces éléments, mais également les éléments situés en amont de par la forte recirculation engendrée à l'avant du pneu. Ce phénomène ne peut être négligé sans compromettre les données extraites des essais expérimentaux. Dans l'optique d'assurer une meilleure réplcation de ces phénomènes, des séries d'ailettes ont été développées en prenant en compte la taille de la couche limite au voisinage du train roulant, et ont été apposées sur chaque train roulant en condition de soufflerie (Fackrell & Harvey, 1973; Fackrell, 1974). La comparaison entre une roue non-rotative lisse, et une roue non-rotative avec ailette est présentée en figure 4.7 et bénéficie d'une comparaison à la figure 4.6.

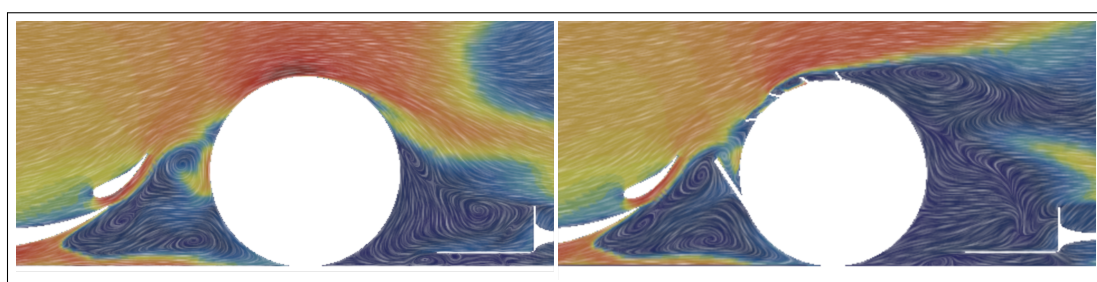


Figure 4.7 Effets de sillages autour de roues statiques sans (gauche) et avec (droite) ailettes

L'utilisation des ces ailettes a permis d'augmenter la similarité des valeurs de traînée des trains roulants de près de 12 points, de 83% en 2023 à 95% en 2025, une avancée significative dans la prédiction du sillage et la gestion de ses effets.

4.2.4 Résultats tirés de la campagne en soufflerie

Pour la campagne de validation en soufflerie de DELTA-25, le plan d'expérimentation est disponible en annexe a été utilisé comme ligne directrice visant à valider les modèles liés aux conditions de ligne droite ainsi qu'aux conditions de virage.

Les essais 1 et 2 visent à caractériser le comportement du prototype dans l'enveloppe de vitesses rencontrées sur piste, ainsi qu'à étudier l'efficacité du système de réduction de traînée. Les tirs 3 à 5 sont consacrés à la réponse aérodynamique des angles de lacet et de roulis, posant les fondations de la validation en virage. Les tirs 6 à 11 visent à créer des points de comparaison pour la fabrication des cartes aérodynamiques de DELTA-25.

Les premiers tirs d'essais en soufflerie visent à comparer les valeurs brutes de traînée et d'appui à différentes vitesses avec pour objectif de conclure sur l'indépendance à la vitesse de l'aérodynamique du véhicule, mais aussi de fournir des points de comparaison bruts entre la simulation et les relevés expérimentaux pour noter la fiabilité de la simulation à différents points de vitesse. Ici, deux modèles sont comparés : le modèle initial, utilisé pour le développement de l'aérodynamique de DELTA-25, et un modèle corrigé suite aux essais en soufflerie qui ont permis de détecter certaines erreurs de modélisation, notamment au niveau du maillage entre le bas de caisse et le sol. Ces deux modèles sont comparés directement aux données issus de la soufflerie dans les graphiques suivants. La figure 4.8 compare l'évolution des coefficients de traînée en fonction de la vitesse d'écoulement pour les deux modèles et les essais en soufflerie. La figure 4.9 quant à elle s'intéresse à l'évolution de la déportance en fonction de la vitesse.

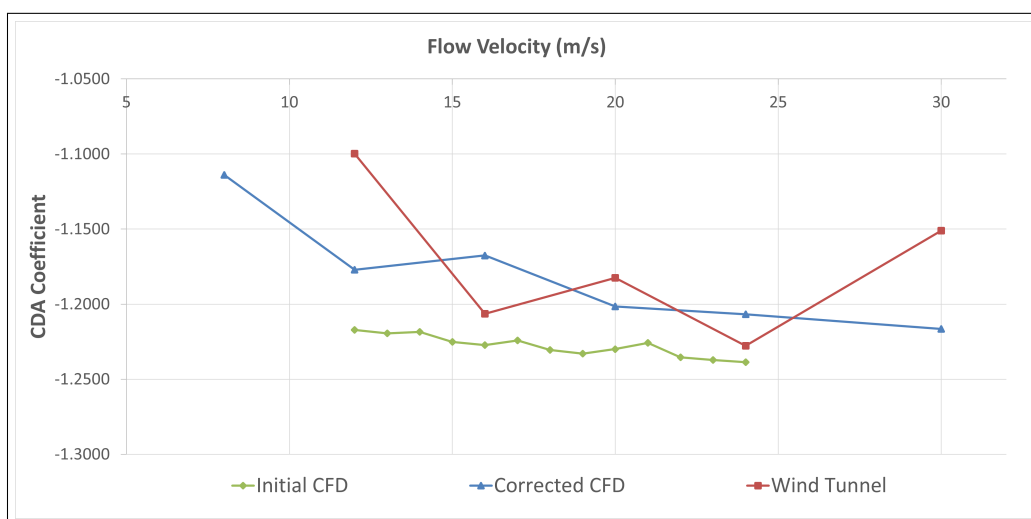


Figure 4.8 Comparaison des valeurs de CDA à différentes vitesses - Simulation et Soufflerie

La modélisation initiale ainsi que la modélisation finale prédisent relativement bien les caractéristiques de traînée, malgré une certaine sur-prédiction de la traînée du modèle initial. Le modèle final gravite plus proche des données extraites de la soufflerie bien que celles-ci soient notablement plus chaotiques de par les effets transitoires existant dans la soufflerie.

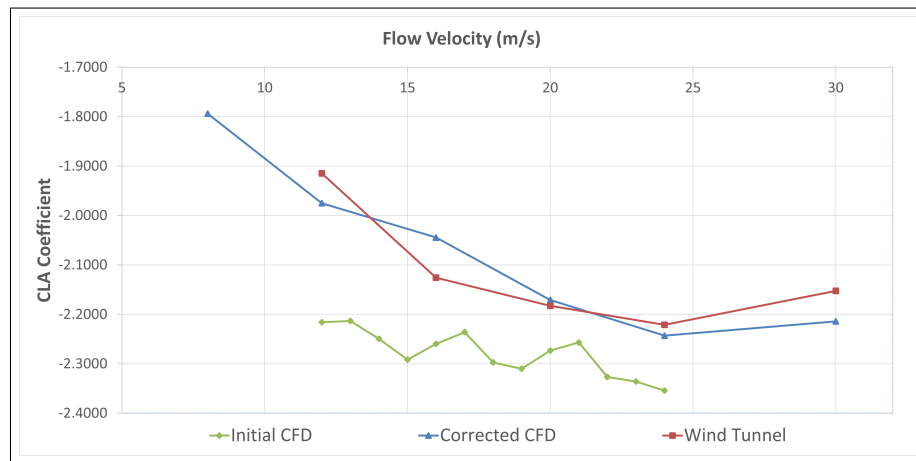


Figure 4.9 Comparaison des valeurs de CLA à différentes vitesses - Simulation et Soufflerie

Les prédictions d'appui aérodynamiques sont notablement meilleures suite aux corrections apportées au maillage après les essais en soufflerie, suivant une tendance extrêmement similaire aux données expérimentales. Cette augmentation importante de la précision des prédictions numériques provient également d'une modification des conditions limites prenant en compte le système de gestion de la couche limite de la soufflerie 8. Le modèle corrigé et adapté à la soufflerie est abordé dans la section 4.2.4.

Suite aux tirs 6 à 11, et grâce aux simulations correspondantes, les cartes aérodynamiques sont établies expérimentalement et numériquement avant d'être comparées. Ces cartes aérodynamiques sont réalisées à partir de points d'ancrages auxquels on adjoint des fonctions de deux variables qui permettent de déterminer les valeurs intermédiaires. Ces cartes aérodynamiques sont ensuite comparées afin de conclure sur la fiabilité des prédictions du modèle MFN par rapport aux essais en soufflerie. Les différences entre les résultats tirés de la MFN et ceux tirés de la soufflerie sont

présentés en figure 4.10.

CLA	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	-4.59%	-5.40%	-6.29%	-5.59%	-5.34%
	25	-5.44%	-5.75%	-5.95%	-6.04%	-6.02%
	30	-6.11%	-5.74%	-5.26%	-6.14%	-6.18%
	35	-4.96%	-5.38%	-5.69%	-5.90%	-5.99%
Avg = -5.54%	40	-4.01%	-4.67%	-5.04%	-5.31%	-5.64%

CDA	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	-2.55%	-4.22%	-5.51%	-4.24%	-3.11%
	25	-3.62%	-4.61%	-4.98%	-4.73%	-3.88%
	30	-4.70%	-4.76%	-4.18%	-4.97%	-4.16%
	35	-3.53%	-4.63%	-5.10%	-4.95%	-4.19%
Avg = -4.30%	40	-2.87%	-4.25%	-4.77%	-4.68%	-4.22%

AB%X	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	7.25%	3.16%	-1.01%	-2.43%	-4.64%
	25	7.22%	4.79%	2.56%	0.52%	-1.35%
	30	5.95%	5.50%	5.22%	2.50%	1.30%
	35	6.40%	5.25%	4.31%	3.56%	3.01%
Avg = 3.92%	40	4.93%	4.10%	3.80%	3.70%	3.46%

Figure 4.10 Différences locales entre le modèle de MFN et les données expérimentales

Cette analyse des différences amène à la conclusion que les prédictions du modèle MFN sont fiables à une moyenne de 94.46% pour les valeurs d'appui aérodynamiques aux hauteurs de caisses utilisées sur piste. La fiabilité des prédictions atteint des valeurs encore plus élevées pour les métriques de traînée (95.70%) et de balance aérodynamique (96.08%).

Ces données étant exclusivement générées grâce au modèle SLSM, l'on en conclut que le modèle SLSM est un modèle fiable permettant de prédire précisément les caractéristiques aérodynamiques des prototypes de FSAE étudiés au sein de Formule ETS, bien que concentré sur les effets observés en ligne droite.

Afin de s'intéresser aux effets asymétriques des tirs 3 à 5, une version modifiée du modèle SLSM sans la symétrie centrale a été utilisé. Ces tirs s'intéressent principalement aux prédictions des forces aérodynamiques en fonction des angles de roulis et de lacet. En effet, l'introduction de ces angles et d'un certain niveau d'asymétrie aérodynamique permet de caractériser l'existence

d'une force latérale qui, ramenée à un coefficient (CSA), peut être étudiée pour ses effets fastes et néfastes sur l'aérodynamique d'un véhicule. Cette force latérale est également appelée la force de dérive, et est une des forces acquises par la balance présente dans la soufflerie. Une comparaison directe à différents angles de lacet/roulis entre le modèle MFN et les données extraites de la soufflerie est présentée en figure 4.11.

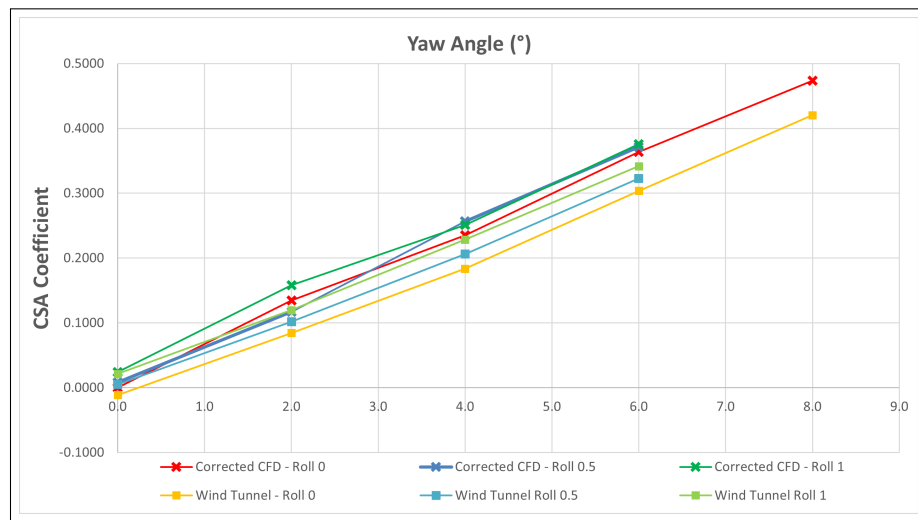


Figure 4.11 Variations du CSA en fonction des angles de lacet et de roulis

Cette étude préliminaire met en lumière la prédominance de l'influence de l'angle de lacet devant l'angle de roulis sur les valeurs de coefficient de dérive. La comparaison entre les données simulées et expérimentales démontre également une certaine robustesse des prédictions de la force latérale à travers le modèle SLSM asymétrique. Néanmoins, ces prédictions sont plus éloignées de la réalité expérimentale que les prédictions de déportance et de traînée, en cause une mauvaise adaptation du raffinement du maillage au niveau du sillage.

Au niveau des valeurs d'appui en fonction de l'angle de lacet (figure 4.12), les prédictions semblent également plutôt robuste malgré un comportement asymétrique en conditions de soufflerie. Ce comportement prend notamment racine dans les effets transitoires observés autour de l'ensemble aérodynamique de DELTA-25, effets amplifiés par les décollements importants

observés dans les cas de forts angles de lacet, mais également dans le fait que la fabrication finale du prototype ne saurait être parfaitement symétrique. Il est également possible de mettre en cause les hypothèses simplificatrices utilisées dans le modèle, notamment géométriques et pour la turbulence, toutefois nécessaires afin d'aboutir à un modèle utilisable dans un cycle de développement. Les similarités sont toutefois suffisamment fortes pour offrir une base de comparaison fondatrice pour l'étude d'effets asymétriques en MFN.

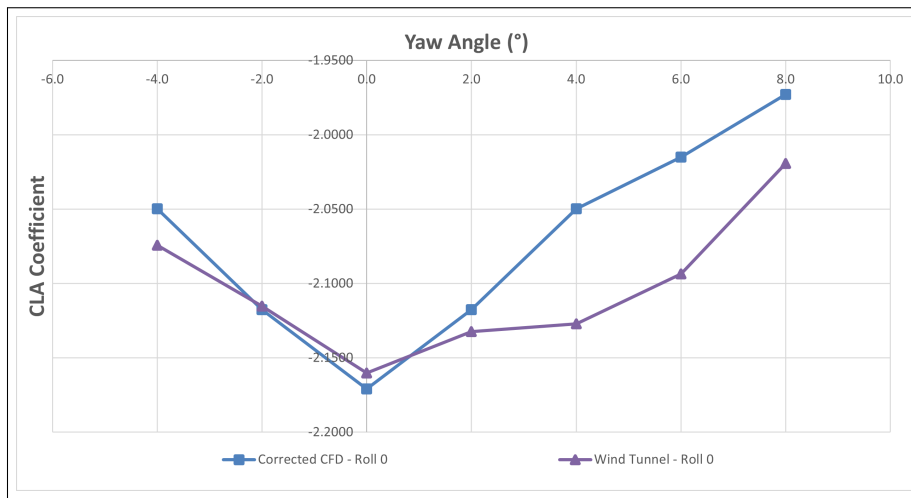


Figure 4.12 Prédictions des valeurs d'appui en fonction de l'angle de lacet

Finalement, une étude plus approfondie met en défaut la modélisation des effets aérodynamiques liés au roulis (figure 4.13), ceux-ci amenant à une large sous-prédiction de l'appui aérodynamique pour des valeurs élevées de lacet. Ce large écart entre les valeurs prédites et expérimentales peut s'expliquer par des erreurs locales de maillage devant la très faible distance entre le bas de la voiture et le sol, aussi bien que par l'impact des supports de balance utilisés lors des tests dans la soufflerie 8.

Les essais en soufflerie ont donc permis de remarquer des fautes au niveau de la modélisation initiale qui ont pu être corrigées pour créer une nouvelle base de travail et de comparaison. Ces essais sont critiques à la création de modèles prédictifs précis, et un travail similaire reste à être produit pour améliorer la qualité des prédictions de forces latérales. Malheureusement, ces méthodologies de validation se limitent à la ligne droite, et bien que des méthodologies analogues

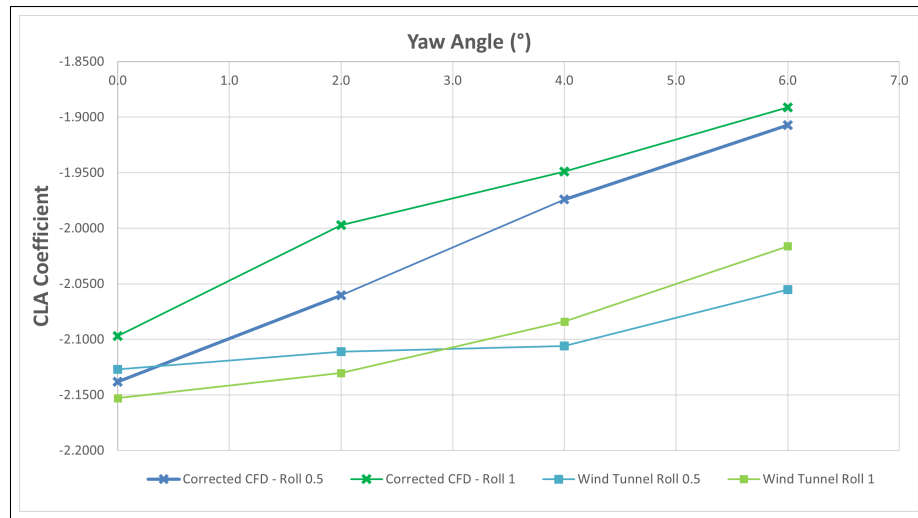


Figure 4.13 Influence du roulis sur les caractéristiques d'appui aérodynamique

aient été explorées par James Keogh (Keogh, 2016; Keogh *et al.*, 2015) elles demandent des installations et des moyens spécialisés inaccessibles pour une équipe étudiante.

4.3 Validation sur piste en conditions réelles

Si la soufflerie représente des conditions parfaites, celles-ci ne sont pas les conditions rencontrées lors du fonctionnement du prototype sur piste dans un cadre de roulage normal ou de compétition. Pour ces raisons, il convient de doubler l'étape de validation en offrant un comparatif entre les modèles de simulation et les données récupérées en conditions de fonctionnement normal.

4.3.1 Méthodologie et capteurs

Plusieurs méthodes d'acquisition de données existent lors de procédures de relevés aérodynamiques expérimentaux sur un prototype de Formule SAE.

D'un point de vue dynamique du véhicule, des capteurs spécialisés permettent de relever les angles de glissement des pneus en conditions de fonctionnement intensives. En couplant les

données relevées avec des données GPS et topologiques, il est possible d'estimer les angles mis en jeu relativement précisément afin de valider le modèle de dynamique du véhicule.

Pour les relevés purement aérodynamiques, l'utilisation de sondes de pression permet par exemple d'effectuer des relevés locaux, à des coordonnées connues, qui sont ensuite comparées aux points de la simulation afin de conclure sur la fidélité de la méthode numérique aux conditions réelles. Des sondes pitot, disposées en grilles, peuvent également offrir un quadrillage plus ou moins précis des champs de pression entourant la voiture et permettent de savoir si la turbulence, les effets de sillage et la simulation globale présentent des caractéristiques analogues à celles de l'écoulement réel.

Dans notre cas, une méthodologie hybride basée sur des capteurs de force intégrés aux bras de suspension a été choisie, permettent d'estimer les charges subies par les roues du prototype, qu'elles soient liées aux charges aérodynamiques ou au transfert de charge dû à la dynamique du véhicule. Les données sont ainsi calibrées à l'arrêt afin de mieux remarquer les variations de charge. Ces capteurs de force sont placés sur les bras de suspensions reliés aux amortisseurs (« *pull-rod* » à l'avant, « *push-rod* » à l'arrière), ceux-ci subissant la quasi-totalité de la charge verticale.

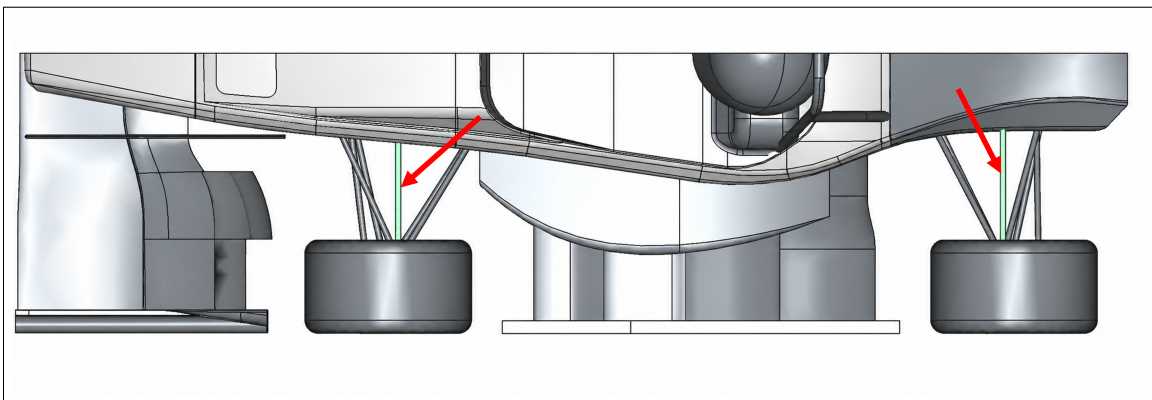


Figure 4.14 Tubes de suspension équipés de capteurs de charge (vert)

4.3.2 Traitement des données extraites

Les données extraites des capteurs intégrés aux bras de suspension présentent des écarts-types extrêmes. En cause, les irrégularités et gradients d'élévation de la surface sur lequel le prototype évolue et qui créent d'importants effets transitoires par tangage et pompage. Un filtrage est effectué afin de ne pas considérer les moments où le véhicule est à faible vitesse ($v < 12$ m/s) ou dans des conditions de virages et accélérations trop abruptes ($|a_y| > 0.1$, $|a_x| > 0.2$) qui amèneraient la voiture dans un régime transitoire dicté par les propriétés des amortisseurs. Les données, une fois filtrées pour être représentatives d'un cas quasi-stationnaire, sont présentées en figure 4.15.

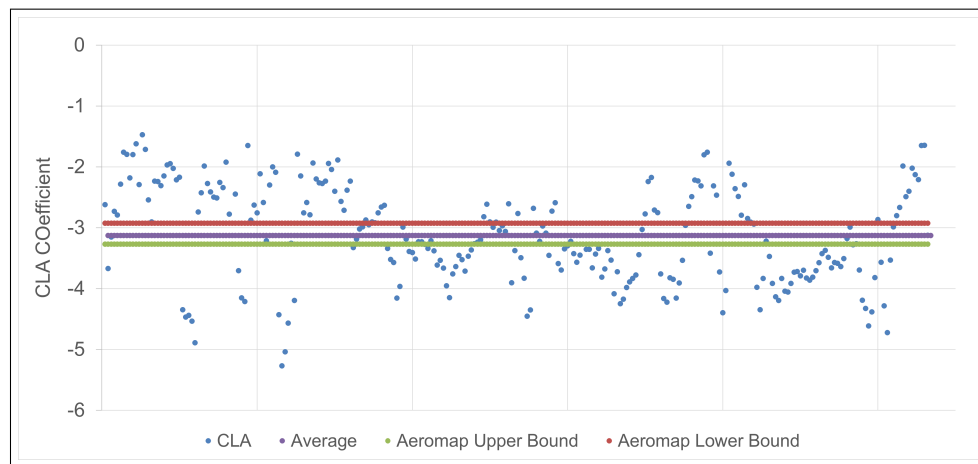


Figure 4.15 Données d'appui aérodynamique récoltées en piste et filtrées

Une fois les données filtrées, la moyenne des valeurs de CLA est d'environ -3.21 . Cette valeur représente l'appui généré en condition de mouvement en ligne droite, lié à la hauteur de caisse dynamique. En effet, si le prototype est réglé avec une hauteur de caisse de 30 mm à l'avant, 35 mm à l'arrière au départ d'une épreuve, l'application d'une charge aérodynamique vient compresser les ressorts de suspension et réduire la hauteur de caisse en piste, atteignant des valeurs inférieures à 30 mm et modifiant donc les forces aérodynamiques qui s'exercent sur le prototype par effet de sol. Cette conclusion est par ailleurs corroborée par la figure 4.16,

rattachant le coefficient CLA à la vitesse.

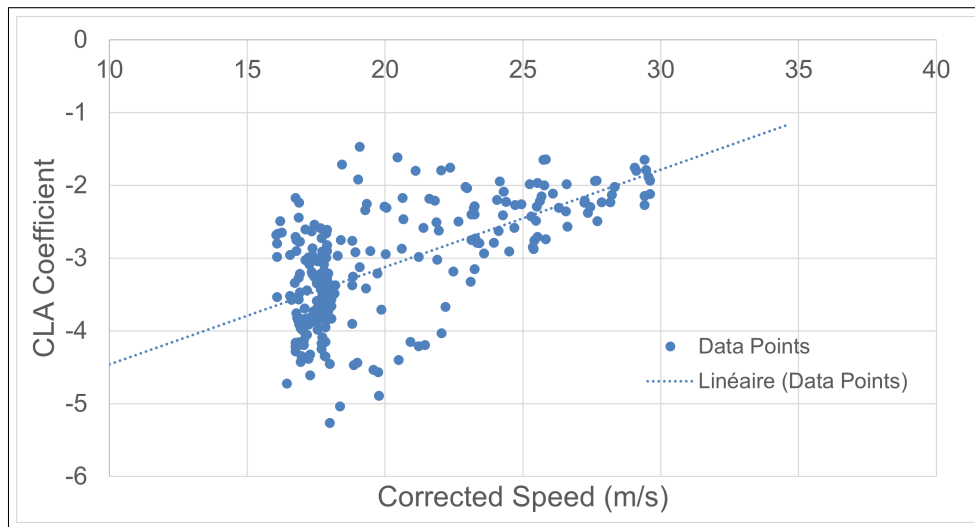


Figure 4.16 Appui aérodynamique en fonction de la vitesse

Les points de données, et la courbe de tendance associée, témoignent d’une baisse du CLA avec la vitesse, un phénomène que la carte aérodynamique associée (voir tableau 4.1) décrit également, les gardes au sol se réduisant avec la vitesse.

4.3.3 Comparaisons aux modèles de simulation

Lors des essais suivants, les réglages liés à la dynamique du véhicule impliqués une hauteur de caisse avant statique (FRH : *Front Ride Height*) de 30 mm, une hauteur de caisse arrière statique (RRH : *Rear Ride Height*) de 35 mm, et des réglages de suspensions assurant un taux de roulis de 0.7 degrés par G d’accélération latérale.

Les cartes aérodynamiques associées, tirée des simulations numériques et liant les caractéristiques aérodynamiques aux hauteurs de caisse pour une situation de piste sont ainsi montées grâce aux résultats de la simulation SLSM. Les données en italique représentent les points d’ancrage pour les fonction à deux variables utilisées pour déterminer les données manquantes.

Tableau 4.1 Carte aérodynamique en conditions de piste

RRH / FRH		20	25	30	35	40
CLA	20	-2.9230	-3.0013	-3.0090	-3.0326	-3.0340
	25	-3.0793	-3.1384	-3.1635	-3.1547	-3.1121
	30	-3.2150	-3.2245	-3.2550	-3.2260	-3.1210
	35	-3.2156	-3.2597	-3.2700	-3.2464	-3.1888
R² = 0.9232	40	-3.1770	-3.2441	-3.2590	-3.2158	-3.1690

Pour une vitesse comprise entre 60 et 80 kilomètres par heure (16.66 m/s et 22.22 m/s), les taux de compression des ressorts de suspension sont calculés dans l'optique d'approcher les 20 millimètres de hauteur de caisse pour extraire le maximum de performance d'un prototype par l'effet de sol. Cependant, DELTA-25 n'étant pas un prototype basé sur l'effet de sol à l'inverse des générations MANIC et APEX, la réduction de la hauteur de caisse impacte négativement l'appui comme présenté dans la carte aérodynamique ci-dessus. Dans cette carte, la donnée en rouge représente la valeur d'appui pour les hauteurs de caisse statiques, tandis que les valeurs oranges/verte sont les plus proches de la valeur d'appui déterminée expérimentalement dans la section précédente.

La configuration dynamique des hauteurs de caisse paraît logique et en accord avec les valeurs déterminées numériquement, ce qui renforce et augmente la confiance accordable à ces simulations numériques.

En résumé, les prédictions numériques sont corroborées par deux méthodologies expérimentales distinctes qui viennent confirmer la qualité des solutions MFN en ligne droite. Ce modèle ligne droite est et reste un outil de développement majeur pour la conception d'éléments aérodynamiques d'une Formule SAE.

4.4 Comparaisons entre la SLSM et la CSM

Cette section vise à juger de la viabilité du modèle CSM en le comparant au modèle SLSM précédemment validé. Cette comparaison permet de conclure sur la pertinence du modèle CSM et la réalité physique qu'il représente en des conditions particulières, extensible à des réalités qui ne sauraient être validées au moyen des méthodologies disponibles au moment de ces travaux.

4.4.1 Méthodologie de comparaison

Si la validation du modèle ligne droite (SLSM) est relativement aisée grâce à l'utilisation de méthodologies expérimentales comme la soufflerie ou par la reproduction de conditions de roulage relativement simples, il est beaucoup plus complexes de reproduire exactement des conditions de virage dans un environnement suffisamment contrôlé pour pouvoir conclure sur la pertinence du modèle CSM en lui-même. En effet, il n'existe actuellement pas de moyens matériels à un niveau industriel pour reproduire les conditions de virage sans mise à l'échelle, notamment le gradient normal de vitesse lié à la courbure du virage, dans des conditions de soufflerie. Ceci ne laisse que la possibilité d'utiliser des conditions de piste pour effectuer des relevés expérimentaux, dont les données sont souvent parasitées par l'influence de facteurs extérieurs transitoires comme les irrégularités de surface de la piste, la résonance des amortisseurs ou les conditions météorologiques. Une solution, développée par James Keogh et basée sur le fonctionnement général d'un turbo-compresseur, permettrait de réaliser des analyses aérodynamiques sur des écoulements courbés (Keogh, 2016), mais demanderait un investissement important pour sa construction à l'échelle d'une Formule SAE.

L'objectif primaire de cette étude est de dégager les différences entre les simulations à écoulements droits et à écoulement courbés, notamment dans le cadre de la création de traînée/déportance dans le cadre d'un véhicule de haute performance, pour pouvoir conclure sur la pertinence et l'utilité d'utiliser des modèles numériques plus complexes pour simuler ces écoulements. Cependant, plus le rayon d'un virage augmente, plus les conditions d'écoulements se rapprochent de celles d'un cas de ligne droite. Cela signifie qu'il est théoriquement possible, en première

instance, de comparer les modèles SLSM et CSM pour des cas quasi-similaires et d'en tirer des conclusions sur le fonctionnement général du modèle CSM. Si les deux modèles offrent une analyse similaire, suffisamment proche pour des critères donnés, alors on pourra faire l'hypothèse que le modèle CSM représente une réalité physique à des rayons plus faibles et représentatifs des rayons de virages vus sur piste.

Bien que cette validation ne repose pas sur des réalités physiques expérimentales, les différences clés de simulation entre les deux modèles peuvent permettre d'appuyer la réalité physique en jeu puisque celle-ci serait confirmée par deux méthodologies différentes. L'étape suivante sera de comparer ces données théoriques à des données expérimentales acquises dans des conditions de virage idéalisées.

Pour réaliser cette comparaison, on utilisera donc des paramètres globaux de simulation (vitesse, configuration des suspensions, angles de roulis/tangage/lacet) similaires. Le modèle CSM est configuré pour représenter un cas de virage pour un rayon $R = 250$ mètres. Le tableau 4.2 récapitule les paramètres entrés dans le modèle SLSM et dans le modèle CSM.

Tableau 4.2 Comparaison des paramètres utilisés pour les simulations SLSM et CSM

	Radius (m)	Velocity (m/s)	Lateral Gs (m/s²)	Roll (°)	Yaw (°)	Steer In (°)	Steer Out (°)
SLSM	∞	20	0	0	0	0	0
CSM	250	20	0.1631	0.0	0.0	0.000	0.000

On fait ici l'hypothèse que les solutions tirées des simulations utilisant ces paramètres permettront de déterminer si le modèle en virage produit des résultats plausibles pour des conditions quasi-identiques à des cas précédemment validés.

4.4.2 Comparaison des solutions similaires

La comparaison quantitative de la solution ligne droite au cas de virage à haut rayon, sur les moniteurs d'appui aérodynamique, de traînée et de balance aérodynamique, est présentée dans le tableau 4.3.

Tableau 4.3 Comparaison des résultats et différences entre les modèles SLSM et CSM

	CLA	CDA	CSA	AB%X	AB%Y	DIFFERENCES SLSM/CSM		
						CLA	CDA	AB%X
SLSM	-3.255	-1.318	(0)	43.36%	(50%)	2.81%	3.73%	6.39%
CSM	-3.346	-1.367	0.004	40.59%	51.34%			

Numériquement, les moniteurs aérodynamiques communs aux deux solutions présentent de faibles différences, de l'ordre de quelques pourcents pour le CLA et le CDA. La différence de balance aérodynamique est toutefois légèrement plus élevée à 6.39%, témoignant d'un manque de similarité au cas de la ligne droite. Pour ce qui est des moniteurs spécifiques au modèle CSM, les prédictions restent relativement proches des valeurs théoriques d'un cas de symétrie, ce qui supporte l'hypothèse d'un cas symétrie à un rayon suffisamment élevé.

Ces différences peuvent être expliquées par le léger gradient de vitesse qui affecte le prototype dans le modèle CSM, mais également par la différence de modélisation induite par la condition de symétrie du modèle SLSM qui provoque des écoulements irréalistes au voisinage de la condition de symétrie (voir figure 4.17). La convergence du modèle CSM peut également être mise en cause comme facteur de différenciation des solutions, la convergence étant bien meilleure pour le modèle SLSM.

Les indicateurs quantitatifs sont donc en faveur de l'hypothèse théorisant une similarité suffisante entre les modèles SLSM et CSM à haut rayon de virage pour valider les résultats tirés de la CSM et leur utilisation dans un cycle de développement. Un travail sur la convergence de la solution CSM serait cependant bienvenu pour augmenter la fiabilité des prédictions en virage.

Des indicateurs plus qualitatifs, dont la structure du sillage par l'étude de la vorticité longitudinale présentée en figure 4.17, permettent de rendre compte de la réalité physique de la structure de l'écoulement.

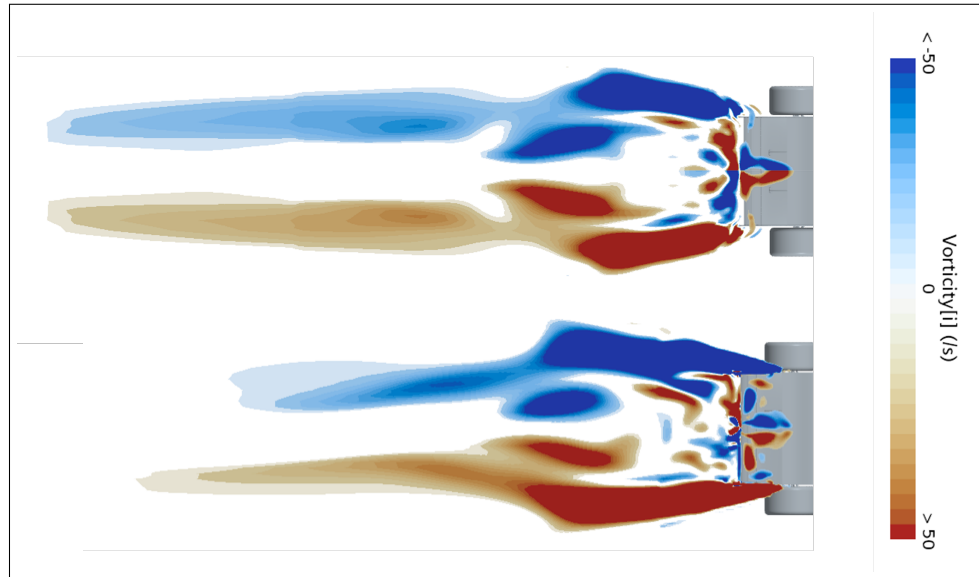


Figure 4.17 Comparaison de la vorticité dans les sillages des modèles SLSM (haut) et CSM (bas)

La figure 4.17 montre en particulier le développement des tourbillons contra-rotatifs longitudinaux générés par l'aileron arrière de DELTA-25. Dans le cas SLSM, on remarque que la condition de symétrie induit des cas physiquement irréalistes où une vorticité positive est adjointe à une vorticité négative. Néanmoins, la structure du sillage est extrêmement similaire entre le cas SLSM et CSM, présentant des groupements quasi-identiques. Ces groupements sont introduits dans la figure 4.18.

Le groupe de vortex 1 est interne à l'aileron arrière, probablement créé par les supports d'ailerons verticaux et la géométrie multi-éléments. La vorticité longitudinale est la plus extrême dans la zone 3, c'est en dire au niveau du bord supérieur de l'élément vertical de l'aileron arrière, là où la pression "atmosphérique" se mélange à la surpression interne à l'aileron arrière. Les

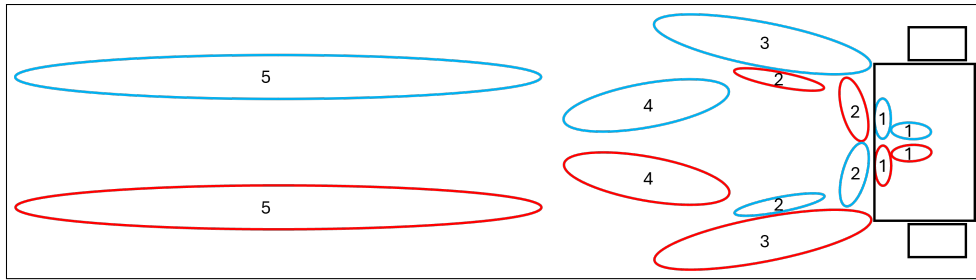


Figure 4.18 Décomposition de la structure du sillage observé en SLSM et CSM

divers groupements marqués 2 sont des tourbillons créés par la zone de haute pression à l'arrière du prototype, probablement excités par le fort tourbillon voisin. Finalement, les tourbillons du groupe 4 sont générés par un décollement du fluide de l'aileron arrière, et dissipés à travers le groupe 5.

4.4.3 Comparaison à la littérature

Peu d'articles traitant de l'influence des conditions de virage sur une voiture complète existent. Parmi eux, Keogh et al. (2016) utilise des simulations des grandes échelles pour caractériser l'augmentation de traînée aérodynamique sur des corps d'Ahmed et prévoit une augmentation de la traînée de 19.2% pour un virage d'un rayon de cinq fois la longueur du véhicule, à un Reynolds de 1.7×10^6 (Keogh, Barber, Diasinos & Doig, 2016). Dans le cas de DELTA-25, cela se caractérise par un virage d'un rayon de 12.5m, à une vitesse de 10.68 m/s. Une simulation a été effectuée à ces conditions, déterminant une valeur de CDA cohérente avec la carte aérodynamique décrite dans la figure II-3 en annexe. Le tableau 4.4 résume les simulations utilisées pour reproduire les expériences de Keogh sur DELTA-25.

Bien que légèrement supérieures, les résultats tirés de la simulation CSM suivent la tendance déterminée par Keogh. Les disparités observées peuvent être expliquées par les différences fondamentales qui existent entre un corps d'Ahmed et une Formule SAE équipées d'ailerons créant de forts gradients de pression.

Tableau 4.4 Corrélation SLSM/CSM basée sur les observations de Keogh

Type de cas	Rayon (m)	Vitesse (m/s)	Reynolds ($\emptyset$)	C_{DA} ($\emptyset$)	Différence (%)
Rectiligne	∞	10.68	1 700 000	-1.26	-
Circulaire	12.5	10.68	1 700 000	-1.52	+20.63%

On peut ainsi affirmer que le modèle CSM repose sur une base physique suffisamment réaliste pour pouvoir caractériser les effets aérodynamiques réels en virage sur une FSAE.

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Ce mémoire s'inscrit dans un contexte d'ingénierie, visant à combler une lacune claire dans l'étude de l'aérodynamique de Formule ÉTS, à savoir la caractérisation des performances en virage. Là où l'optimisation en ligne droite est largement documentée, la compréhension des écoulements circulaires constitue un levier de performance majeur et un nouvel axe du couplage dynamique-aérodynamique.

La méthodologie développée repose sur l'implémentation d'un modèle de dynamique du véhicule dans un modèle de MFN basé sur un cadre de référence en rotation, qui a permis de modéliser avec succès les conditions aérodynamiques rencontrées dans un virage sans recourir à des approches plus coûteuses. L'utilisation d'un couple RANS - $k - \omega$ SST a offert une résolution fine des structures tourbillonnaires, révélant les points d'asymétrie clairs et les différences avec les conditions de ligne droite. Une validation expérimentale (essais en soufflerie, essais sur piste) et par comparaison à la littérature, à travers des références numériques de fidélité supérieures, a permis de confirmer la pertinence physique, quantitative et qualitative, du modèle de simulation en virage. En l'état, le modèle de MFN théorisé et créé à travers ce mémoire est un modèle prêt à être utilisé dans des cycles de développement aérodynamiques au sein d'une équipe de Formule SAE.

Toutefois, cette étude a également souligné des limites en lieu et place de l'approche stationnaire utilisée pour modéliser des écoulements intrinsèquement instables. La comparaison avec des données expérimentales a révélé certaines disparités, comme l'influence de l'effet de sol qu'une soufflerie sans tapis-roulant n'a pas pu valider correctement. Des limites existent également au niveau du modèle de dynamique du véhicule, celui-ci ne prenant en compte que les forces latérales et s'appuyant sur des relevés expérimentaux pour établir l'influence du roulis.

Les recommandations se concentreront sur le passage à des modèles de MFN transitoires, comme des approches URANS ou DES afin de capturer les phénomènes oscillatoires intrinsèques à

l'aérodynamique haute performance afin de valider les modèles d'ordres inférieurs. L'intégration d'un modèle dynamique multi-corps à quatre degrés de liberté permettrait d'affiner les cartes aérodynamiques et mieux modéliser les effets transitoires liés à la suspension. L'intégration de ces deux éléments pourrait permettre, à terme, de modéliser les trois phases d'un virage sur un circuit de FSAE, à savoir le freinage, la rotation, et la ré-accélération.

Finalement, la prise en compte des résultats tirés du modèle CSM permettra aux futurs véhicules de Formule ETS de moins subir les pertes de performances liées aux conditions de virage en prenant en compte ces conditions dès les phases de design, et en optimisant les surfaces aérodynamiques face à ces conditions pour augmenter l'appui aérodynamique en virage, et donc l'efficacité aérodynamique du prototype.

ANNEXE I

ÉLÉMENTS DE THÉORIE LIÉS À LA MÉCANIQUE DES FLUIDES

1. Résolution des Équations aux Dérivées Partielles (EDP)

L'application des théories de la MFN à des cas pratiques a pu progresser d'une part grâce aux avancées liées à la simulation de la turbulence, et d'autre part grâce à la recherche de méthodes numériques robustes permettant de résoudre les équations de la MFN. D'un point de vue mathématique, les équations de Navier-Stokes combinent des comportements hyperboliques, paraboliques et elliptiques dont l'équilibre forme la base de la définition d'un solveur numérique. Le caractère hyperbolique d'un fluide parfait compressible apparaît dès 1860 dans les travaux sur l'amplitude finie des ondes dans les gaz de Riemann, où chocs et raréfactions sont analysées unidimensionnellement (Riemann, 1860). Les problèmes de ce type, communément appelés « problèmes de Riemann », sont par la suite devenus les fondations des schémas de calcul pour la Méthode des Volumes Finis (FVM).

Un second ingrédient de la FVM est la stabilité numérique. Courant, Friedrichs et Lewy ont ainsi introduit un concept simple, une restriction liant le pas de temps, l'espacement entre les cellules du maillage et la vitesse d'ondes locales : la condition CFL (Courant *et al.*, 1928). En une dimension unique, elle est généralement écrite sous la forme

$$\text{CFL} = \frac{u \Delta t}{\Delta x} \lesssim C_{\text{crit}} \quad (\text{A I-1})$$

et fournit une ligne directrice quant au choix d'un pas de temps pour une simulation en régime transitoire.

Toujours en une dimension, une loi de conservation générique pour une variable $u(x, t)$ peut s'écrire

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = 0 \quad (\text{A I-2})$$

où $f(u)$ est l'écoulement associé. Le problème de Riemann correspondant est défini par une discontinuité initiale

$$u(x, 0) = \begin{cases} u_L, & x < 0 \\ u_R, & x > 0 \end{cases} \quad (\text{A I-3})$$

dont l'évolution produit des chocs, raréfactions et contacts. L'idée de traiter chaque face inter-maille comme un problème de Riemann local est au cœur de la plupart des schémas amont modernes en FVM.

Sur cette base, Godunov propose le premier schéma amont entièrement conservatif pour des systèmes non-linéaires hyperboliques (Godunov, 1959). Pour chaque interface, les états de gauche et de droite sont utilisés pour définir un problème de Riemann local, dont la solution fournit le flux numérique. Cette méthode garantit une propagation des chocs et une conservation de la masse, quantité de mouvement, énergie correctes de discontinuité en discontinuité, tout en retenant la structure des chocs directement dans le schéma. Des méthodes modernes peuvent généralement être vues comme des extensions de l'approche de Godunov appliquées à des ordres spatiaux supérieurs.

Pour une discrétisation en un volume fini, avec une valeur moyenne u_i^n à un temps t^n , on a

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i+\frac{1}{2}}^n - F_{i-\frac{1}{2}}^n \right) \quad (\text{A I-4})$$

où $F_{i\pm\frac{1}{2}}^n$ représente les flux numériques à la surface de la cellule. Ces flux sont obtenus à partir d'un problème de Riemann local dont les états gauche et droit sont caractérisés par $u_{L,i\pm\frac{1}{2}}$ et $u_{R,i\pm\frac{1}{2}}$.

Plus tard, Van Leer étend cette approche en introduisant la reconstruction MUSCL (*Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws*). Au lieu de la représentation par morceaux utilisée dans le schéma de Godunov original, l'approche MUSCL utilise des reconstructions linéaires limitées au sein de chaque maille. Cela permet d'obtenir des schémas formellement

précis au second ordre, tout en maintenant la variation totale décroissante à proximité des chocs et des forts gradients. Les reconstructions de type MUSCL sont, de nos jours, la norme dans de nombreux solveurs RANS compressibles.

Pour un schéma MUSCL, la reconstruction des états gauche et droit de l'interface sont construits grâce à des pentes locales limitées. Pour une interface $i + \frac{1}{2}$ l'état gauche prend la forme

$$u_{i+\frac{1}{2},L} = u_i + \frac{1}{2} \phi(r_i) (u_i - u_{i-1}) \quad (\text{A I-5})$$

où $\phi(r)$ est le limiteur de pente et

$$r_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{u_i - u_{i-1}} \quad (\text{A I-6})$$

est un indicateur local de lissage. Une expression similaire est utilisée pour l'état droit $u_{i+\frac{1}{2},R}$ de la cellule voisine concernée.

Les stratégies d'intégration temporelle ont évolué en parallèle des discrétisations spatiales. MacCormack proposera un schéma à deux étapes « prédiction-correction » pour les systèmes hyperboliques, qui est devenu la méthode explicite la plus utilisée dans les premiers calculs d'écoulements compressibles. Ce schéma combine un prédicteur (différence avant) et un correcteur (différence arrière) pour atteindre une précision du second ordre sur les dimensions spatiales et temporelles pour des solutions régulières, tout en restant relativement simple à implémenter numériquement (MacCormack, 1969). Pour des cas tridimensionnels et des maillages complexes, les schémas Runge-Kutta multi-étapes sont maintenant plus communs, mais reposent sur des principes similaires.

Pour la loi de conservation $\partial u / \partial t + \partial f(u) / \partial x = 0$ le schémas classique de MacCormack peut être écrit

$$\text{Prédicteur : } u_i^* = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [f(u_{i+1}^n) - f(u_i^n)], \quad (\text{A I-7})$$

$$\text{Correcteur : } u_i^{n+1} = \frac{1}{2} (u_i^n + u_i^*) - \frac{\Delta t}{2 \Delta x} [f(u_i^*) - f(u_{i-1}^*)] \quad (\text{A I-8})$$

Cette structure simple donne une idée des premières méthodes explicites utilisées pour des écoulements compressibles.

Après MacCormack, Jameson, Schmidt et Turkel introduisent une méthode Runge-Kutta multi-étapes en ajoutant une dissipation artificielle pour les simulations sur modèle eulérien en régime permanent compressible (Jameson, Schmidt & Turkel, 1981). Leur approche se base sur la restriction CFL (Courant *et al.*, 1928) pour accélérer la convergence d'une solution en régime permanent en augmentant la taille des pseudo-pas de temps tandis que la dissipation artificielle permet de contrôler les oscillations fallacieuses.

Un schéma explicite général de Runge-Kutta à s étapes pour un système semi-discret $dU/dt = R(U)$ peut être écrit

$$U^{(0)} = U^n \quad U^{(k)} = U^{(k-1)} + \alpha_k \Delta t R(U^{(k-1)}) \quad k = 1, \dots, s \quad (\text{A I-9})$$

$$U^{n+1} = U^{(s)} \quad (\text{A I-10})$$

avec les coefficients α_k choisis pour obtenir une précision supérieure au second ordre.

À des nombres de Reynolds plus élevés, les méthodes explicites souffrent d'une définition de pas de temps très restrictive afin de conserver une stabilité relative. Pour relâcher cette contrainte, Beam et Warming développent une méthode différente, qualifiée d'implicite (Beam & Warming, 1978). L'idée principale est ici de factoriser l'opérateur implicite multi-dimensionnel en un produit d'opérateurs unidimensionnels, permettant d'utiliser des pas de temps plus conséquents et d'abaisser le coût calculatoire d'une solution RANS.

Pour une méthode implicite factorisée, la linéarisation

$$(I - \Delta t A_x - \Delta t A_y) \Delta U = \Delta t R(U^n) \quad (\text{A I-11})$$

est remplacé par la forme factorielle

$$(I - \Delta t A_x) (I - \Delta t A_y) \Delta U = \Delta t R(U^n) \quad (\text{A I-12})$$

où A_x et A_y sont des Jacobiens discrets de l'écoulement dans les directions correspondantes. La factorisation réduit ainsi le problème à une séquence de problèmes unidimensionnels.

Pour des méthodes implicites et basées sur la pression, la résolution efficace des systèmes linéaires résultants est tout aussi importante que la discrétisation elle-même. Stone propose ainsi la procédure SIP (*Strong Implicit Procedure*), une méthode itérative adaptée aux matrices creuses issues des calculs en FVM (Stone, 1968). La méthode SIP et ses variantes sont largement utilisées pour résoudre les équations de correction de pression et de quantité de mouvement dans les solveurs MFN implicites, en particulier pour les écoulements incompressibles et à faible nombre de Mach où les équations de pression elliptiques dominent le coût de calcul.

Dans le cas incompressible, la principale difficulté numérique consiste à satisfaire la contrainte de divergence nulle tout en résolvant la vitesse et la pression. Harlow et Welch ont traité ce problème en utilisant un maillage décalé ainsi qu'une étape de correction pour imposer la continuité à chaque étape de calcul (Harlow & Welch, 1965). Leur méthode peut être considérée comme un premier algorithme ségrégué : la vitesse et la pression sont résolues dans des étapes séparées, mais restent étroitement couplées par la contrainte d'incompressibilité.

Patankar et Spalding généralisent ce concept et introduit l'algorithme SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) dans un cadre de volumes finis pour des écoulements tridimensionnels (Patankar & Spalding, 1972). Dans la méthode SIMPLE, les équations de quantité de mouvement sont résolues avec un champ de pression estimé, une équation de correction de pression est formée à partir de l'exigence de continuité, et la pression ainsi que la vitesse sont mises à jour de manière itérative. Combinée aux modèles de turbulence, cette stratégie ségréguée basée sur la pression constitue le socle de nombreux solveurs RANS industriels pour les applications incompressibles.

Dans un schéma typique de correction de pression, un champ de vitesse intermédiaire $\mathbf{u}^*$ est d'abord obtenu à partir des équations de la quantité de mouvement en utilisant une estimation de la pression. Les champs corrigés sont ainsi décrits par

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p' \quad p^{n+1} = p^n + p' \quad (\text{A I-13})$$

et la correction de pression p' est déterminée en forçant la continuité,

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \implies \nabla \cdot \left(\frac{\Delta t}{\rho} \nabla p' \right) = \nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (\text{A I-14})$$

La forme discrète de cette équation de Poisson pour p' est centrale aux algorithmes de type SIMPLE.

Alors que les solveurs basés sur la pression évoluaient vers des arrangements de variables colocalisées pour offrir une plus grande flexibilité de maillage, le découplage parasite entre la pression et la vitesse est devenu une préoccupation majeure. Rhie et Chow proposèrent une technique d'interpolation de la quantité de mouvement qui modifie les vitesses aux faces dans l'équation de continuité afin d'y inclure un terme de gradient de pression cohérent (Rhie & Chow, 1983). Cette correction couple la pression et la vitesse sur les maillages colocalisés d'une manière qui reproduit le couplage inhérent aux méthodes à maillages décalés (Harlow & Welch, 1965), tout en préservant les avantages de mise en œuvre des schémas de volumes finis colocalisés. Pour les écoulements instationnaires, Issa introduit l'algorithme PISO (*Pressure-Implicit with Splitting of Operators*) qui étend la méthode SIMPLE en effectuant plusieurs étapes de correction de pression au sein de chaque pas de temps (Issa, 1986). L'algorithme PISO améliore la précision temporelle et la stabilité des solveurs ségrégués dans les écoulements fortement transitoires et est largement utilisé dans les calculs RANS instationnaires et les simulations LES.

Sur les maillages colocalisés, l'interpolation de Rhie-Chow modifie la vitesse normale à la face u_f entrant dans l'équation de continuité pour inclure une contribution du gradient de pression,

par exemple

$$u_f = \widehat{u}_f - d_f \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)_f \quad (\text{A I-15})$$

où $\widehat{u}_f$ est une vitesse intertielle interpolée, $(\partial p / \partial n)_f$ est le gradient de pression normal à la face et d_f est un coefficient tiré des équations de quantité de mouvement voisines. Cette construction empêche l'apparition de motifs parasites en forme de damier qui peuvent survenir sur les maillages colocalisés.

Dans l'algorithme PISO, l'étape de prédiction et la première correction de pression sont suivies par une ou plusieurs étapes de correction additionnelles, définies par

$$\mathbf{u}^{(0)} = \mathbf{u}^* \quad \mathbf{u}^{(m+1)} = \mathbf{u}^{(m)} - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla p'^{(m)} \quad m = 0, 1, \dots, M-1 \quad (\text{A I-16})$$

avec chaque correction de pression $p'^{(m)}$ obtenues grâce à une équation de continuité

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{(m+1)} = 0 \quad (\text{A I-17})$$

Ces corrections supplémentaires améliorent le couplage entre la pression et la vitesse à l'intérieur d'un pas de temps et améliore la précision de simulations transitoires.

Dans leur ensemble, ces contributions définissent deux grandes familles de solveurs MFN pour les équations de Navier-Stokes. D'une part, les méthodes basées sur les lois de conservation hyperboliques, ancrées dans l'analyse par ondes de Riemann (Riemann, 1860), le critère de stabilité CFL (Courant *et al.*, 1928) et les schémas aux volumes finis de type Godunov (Godunov, 1959), constituent la base de nombreux solveurs RANS décentrés basés sur la masse volumique pour des écoulements compressibles et sont généralement combinés avec des reconstructions à haute résolution et une intégration temporelle explicite ou implicite (MacCormack, 1969; Beam & Warming, 1978; van Leer, 1979; Jameson *et al.*, 1981). D'autre part, les algorithmes ségrégués basés sur la pression issus de la méthode de Harlow et Welch (Harlow & Welch, 1965) et étendus via SIMPLE et PISO (Patankar & Spalding, 1972; Issa, 1986), reposent sur des solveurs linéaires robustes comme SIP (Stone, 1968) et des techniques de stabilisation

comme l'interpolation de Rhie-Chow (Rhie & Chow, 1983) pour imposer l'incompressibilité et maintenir le couplage pression-vitesse. Les codes RANS industriels modernes implémentent généralement des variantes de ces deux stratégies de calcul et sélectionnent la combinaison la plus appropriée au cas considéré.

2. Rappels liés au principaux modèles de turbulence

2.1 Le modèle $k - \epsilon$ de Jones-Launder-Spalding

Basée sur l'approximation de Boussinesq, Jones et Launder qui vont proposer un modèle faible composé de deux équations de transports (Jones & Launder, 1972, 1973) qui sera ensuite amélioré par les travaux de Launder et Spalding qui y adjoindront des fonctions de paroi afin de modéliser les effets de couche limite qui manquaient au modèle initial (Launder & Spalding, 1974). Le modèle de Jones-Launder-Spalding est la formulation moderne du modèle $k - \epsilon$ largement utilisée en industrie de nos jours.

Le modèle $k - \epsilon$ repose sur l'hypothèse de Boussinesq (Boussinesq, 1877), qui postule que les contraintes de Reynolds sont proportionnelles aux gradients de vitesse moyenne, introduisant ainsi le concept de viscosité turbulente isotrope μ_t :

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \quad (\text{A I-18})$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Ce modèle est donc composé de deux équations de transport. La première couvre l'énergie cinétique turbulente $\bar{k}$

$$\frac{\partial(\rho \bar{k})}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \bar{k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \bar{\epsilon} \quad (\text{A I-19})$$

et la seconde permet de calculer le taux de dissipation $\bar{\epsilon}$

$$\frac{\partial(\rho\bar{\epsilon})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i \bar{\epsilon})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_e} \right) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x_j} \right] + \frac{\bar{\epsilon}}{k} (C_{1e} P_k - C_{2e} \rho \bar{\epsilon}) \quad (\text{A I-20})$$

liés par la définition de la viscosité tourbillonnaire

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{\bar{k}^2}{\bar{\epsilon}} \quad (\text{A I-21})$$

pour une formulation des contraintes de Reynolds étant strictement celle de Boussinesq.

Le modèle de fermeture $k - \epsilon$ standard est largement utilisé pour simuler les écoulements turbulents pleinement développés, mais présente certaines limites. Notamment, au niveau des interactions fluide-surface, la dynamique des fluides est fortement affectée par l'interaction avec des solides qui amortissent les caractéristiques de l'écoulement au delà des limites de ce modèle (Schlichting, 1979). Près des frontières solides, l'écoulement est dominé par la viscosité moléculaire au sein de la sous-couche visqueuse. L'apport majeur de Spalding a été l'introduction des fonctions de paroi utilisant des profils semi-empiriques pour lier directement les variables à la paroi avec celles du premier point du maillage situé dans la zone turbulente. Cela permet de contourner le besoin d'un maillage extrêmement fin à la paroi, économisant ainsi de vastes ressources de calcul.

Le modèle de fermeture $k - \epsilon$ standard est particulièrement utilisé car il offre un excellent compromis entre coût de calcul, stabilité et précision pour une grande majorité de cas industriels, notamment les écoulements libres ou confinés sans phénomènes complexes (Wilcox, 2006).

Néanmoins, il présente des limites intrinsèques dictées par ses hypothèses simplificatrices. Pour des couches limites soumises à de forts gradients de pression défavorables, le modèle a tendance à surestimer l'énergie cinétique turbulente de par les imprécisions locales liées à l'amortissement que les équations modélisent imprécisément. En conséquence, il fournit des solutions imprécises, retardant voire échouant à prédire les points de séparation ou de décollement de la couche limite. D'Autre part, l'hypothèse de Boussinesq supposant une turbulence isotrope, le modèle $k - \epsilon$

ne parvient pas à capter correctement la physique des écoulements fortement tourbillonnaires ou les effets des courbures prononcées des lignes de courant, rendant l'application du modèle tout simplement impossible pour certains cas de la mécanique des fluides où la turbulence est anisotrope.

2.2 Le modèle $k - \omega$ de Wilcox

Inspiré par les limites des modèles $k - \epsilon$ et revisitant les théories de Prandtl et Kolmogorov sur les échelles de la turbulence (Prandtl, 1925; Kolmogorov, 1942), David C. Wilcox formule un autre modèle à deux équations de transport (Wilcox, 1988). Tout en restant basé sur l'hypothèse de la viscosité turbulente de Boussinesq (Boussinesq, 1877), ce modèle remplace le taux de dissipation ϵ par le taux de dissipation spécifique ω aussi appelé fréquence turbulente.

Dans ce modèle, Wilcox fait l'hypothèse que les échelles de la turbulence sont déterminées par l'énergie cinétique turbulente k et par ce taux spécifique ω . Dimensionnellement, ω est l'inverse d'une échelle de temps ($\omega \propto \epsilon/k$) et représente la fréquence moyenne à laquelle l'énergie cinétique est dissipée dans les plus petits tourbillons du système.

Le modèle $k - \omega$ standard définit la viscosité turbulente (ou viscosité tourbillonnaire) de la manière suivante :

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (\text{A I-22})$$

La dynamique de la turbulence est dictée par les équations de transport pour k et ω , qui s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k \quad (\text{A I-23})$$

et

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega \quad (\text{A I-24})$$

Dans ces équations, les termes se décomposent ainsi :

- **Diffusivité effective :** $\Gamma_k = \mu + \sigma_k \mu_t$ et $\Gamma_\omega = \mu + \sigma_\omega \mu_t$.

- **Production** : G_k représente la production de k par les gradients de vitesse moyenne, évaluée par $G_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$. La production de ω lui est proportionnelle : $G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k$.
- **Dissipation** : La destruction de la turbulence est modélisée par $Y_k = \beta^* \rho k \omega$ et $Y_\omega = \beta \rho \omega^2$.

Contrairement au modèle $k - \epsilon$ qui a été calibré principalement sur des écoulements cisailés libres, le modèle de Wilcox a été fortement calibré pour les couches limites. Les constantes empiriques classiques du modèle de 1988 sont :

$$\alpha = \frac{5}{9}, \quad \beta = \frac{3}{40}, \quad \beta^* = \frac{9}{100}, \quad \sigma_k = 0.5, \quad \sigma_\omega = 0.5 \quad (\text{A I-25})$$

La force du modèle $k - \omega$ réside dans son comportement au voisinage des parois (Wilcox, 2006). Contrairement au modèle $k - \epsilon$ qui devient mathématiquement singulier à la paroi, les équations de Wilcox peuvent être intégrées directement jusqu'à la sous-couche visqueuse de la paroi ($y^+ \rightarrow 0$) de manière robuste.

Cela rend le modèle intrinsèquement tolérant aux faibles Reynolds, à l'inverse du modèle $k - \epsilon$. Il en résulte une bien meilleure prédiction des contraintes de cisaillement pariétales et des transferts de chaleur, du comportement de la couche limite soumise à des gradients de pression adverses, et des points de décollement et de séparation de la couche limite, là où $k - \epsilon$ échoue souvent.

Cependant, malgré ses excellentes performances près des parois, le modèle $k - \omega$ de Wilcox souffre d'un défaut majeur caractérisé par une forte sensibilité aux conditions aux limites imposées dans l'écoulement libre, loin des parois. Dans les régions où le cisaillement est nul ou quasi-nul, la valeur de la fréquence ω dépend fortement de la valeur arbitraire fixée en entrée du domaine. Cette petite variation de ω dans l'écoulement libre se propage et altère drastiquement la viscosité turbulente μ_t à l'intérieur même de la couche limite. Cette instabilité physique et numérique rend le modèle pur difficilement utilisable pour des applications aérodynamiques externes complexes.

ANNEXE II

CARTES AÉRODYNAMIQUES GÉNÉRÉES PAR LES MODÈLES SLSM ET CSM

1. Descriptions

Les figures II-1, II-2 reprennent les coefficients tirés du modèle numérique ligne droite, à savoir la déportance (CLA), la traînée (CDA) et la fraction de l'appui appliqué sur les roues avants (AB%X). La coloration reflète les bonnes (vert) et mauvaises (rouges) performances. Dans le cas des balances aérodynamiques, les couleurs reflètent l'écart à la moyenne.

Les figures II-3, II-4 reprennent les coefficients tirés du modèle numérique en virage, à savoir la déportance (CLA), la traînée (CDA), la force latérale (CSA), le coefficient de moment de lacet (CM_zA), la fraction de l'appui appliqué sur les roues avants (AB%X) et la fraction de l'appui appliqué sur les roues intérieures (AB%Y). La coloration reflète les bonnes (vert) et mauvaises (rouges) performances. Dans le cas des balances aérodynamiques, les couleurs reflètent l'écart à la moyenne.

2. Cartes aérodynamiques tirées du modèle SLSM

CLA	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	-2.1880	-2.2052	-2.2490	-2.2466	-2.2870
	25	-2.2223	-2.2163	-2.2288	-2.2599	-2.3096
	30	-2.2580	-2.2207	-2.2020	-2.2666	-2.3174
	35	-2.2222	-2.2184	-2.2332	-2.2666	-2.3185
R ² = 0.728	40	-2.2040	-2.2095	-2.2254	-2.2599	-2.3210
CDA	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	-1.1885	-1.2096	-1.2345	-1.2316	-1.2394
	25	-1.1987	-1.2092	-1.2200	-1.2310	-1.2422
	30	-1.2145	-1.2109	-1.2075	-1.2324	-1.2435
	35	-1.2043	-1.2146	-1.2251	-1.2359	-1.2469
R ² = 0.771	40	-1.2067	-1.2204	-1.2308	-1.2415	-1.2559
AB%X	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	43.00%	44.99%	47.01%	47.29%	48.00%
	25	43.15%	44.28%	45.25%	46.06%	46.71%
	30	43.95%	44.02%	43.94%	45.29%	45.68%
	35	43.61%	44.22%	44.67%	44.96%	45.09%
R ² = 0.880	40	44.32%	44.87%	45.06%	45.09%	45.16%

Figure-A II-1 Aeromaps en condition de soufflerie

CLA	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	-2.9230	-3.0013	-3.0090	-3.0326	-3.0340
	25	-3.0793	-3.1384	-3.1635	-3.1547	-3.1121
	30	-3.2150	-3.2245	-3.2550	-3.2260	-3.1210
	35	-3.2156	-3.2597	-3.2700	-3.2464	-3.1888
R ² = 0.9232	40	-3.1770	-3.2441	-3.2590	-3.2158	-3.1690
CDA	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	-1.2730	-1.2923	-1.3050	-1.3041	-1.3060
	25	-1.2909	-1.3037	-1.3123	-1.3165	-1.3166
	30	-1.3090	-1.3116	-1.3180	-1.3255	-1.3180
	35	-1.3023	-1.3160	-1.3256	-1.3309	-1.3319
R ² = 0.8884	40	-1.2990	-1.3170	-1.3250	-1.3328	-1.3400
AB%X	RRH / FRH	20	25	30	35	40
	20	44.15%	44.55%	45.71%	46.53%	48.34%
	25	43.87%	43.74%	44.24%	45.37%	47.14%
	30	43.69%	43.11%	43.36%	44.41%	45.82%
	35	43.15%	42.68%	42.84%	43.64%	45.07%
R ² = 0.9723	40	43.17%	42.44%	42.03%	43.06%	44.63%

Figure-A II-2 Aeromaps en condition de piste

3. Cartes aérodynamiques tirées du modèle CSM

CLA	Roll / Yaw	0	1	2	3	4	5	6
	0	-3.467	-3.528	-3.611	-3.684	-3.753	-3.750	-3.530
	0.2	-3.535	-3.560	-3.616	-3.693	-3.758	-3.729	-3.593
	0.4	-3.571	-3.582	-3.542	-3.633	-3.697	-3.682	-3.683
	0.6	-3.626	-3.616	-3.543	-3.579	-3.623	-3.635	-3.670
	0.8	-3.665	-3.639	-3.596	-3.568	-3.538	-3.607	-3.698
	1	-3.702	-3.631	-3.590	-3.575	-3.567	-3.649	-3.714
	1.2	-3.735	-3.593	-3.549	-3.585	-3.685	-3.689	-3.689
	1.4	-3.738	-3.578	-3.566	-3.612	-3.711	-3.672	-3.694
R ² =0.9304	1.6	-3.737	-3.599	-3.616	-3.662	-3.641	-3.659	-3.723
CDA	Roll / Yaw	0	1	2	3	4	5	6
	0	-1.507	-1.520	-1.540	-1.559	-1.576	-1.573	-1.529
	0.2	-1.527	-1.523	-1.530	-1.549	-1.570	-1.575	-1.545
	0.4	-1.541	-1.523	-1.509	-1.536	-1.565	-1.583	-1.555
	0.6	-1.562	-1.534	-1.520	-1.531	-1.549	-1.583	-1.568
	0.8	-1.576	-1.551	-1.553	-1.541	-1.547	-1.579	-1.591
	1	-1.582	-1.558	-1.560	-1.560	-1.578	-1.604	-1.602
	1.2	-1.587	-1.548	-1.537	-1.575	-1.614	-1.614	-1.592
	1.4	-1.595	-1.537	-1.523	-1.583	-1.637	-1.612	-1.596
R ² =0.9161	1.6	-1.600	-1.548	-1.555	-1.589	-1.625	-1.621	-1.635
CSA	Roll / Yaw	0	1	2	3	4	5	6
	0	0.231	0.312	0.382	0.457	0.545	0.627	0.662
	0.2	0.231	0.314	0.384	0.457	0.544	0.635	0.672
	0.4	0.234	0.316	0.389	0.463	0.548	0.640	0.686
	0.6	0.252	0.339	0.412	0.485	0.564	0.650	0.697
	0.8	0.286	0.366	0.433	0.505	0.574	0.655	0.703
	1	0.297	0.372	0.432	0.509	0.581	0.657	0.702
	1.2	0.307	0.379	0.418	0.500	0.586	0.656	0.702
	1.4	0.319	0.409	0.449	0.499	0.582	0.686	0.716
R ² =0.9998	1.6	0.332	0.438	0.484	0.502	0.604	0.713	0.735
CM_zA	Roll / Yaw	0	1	2	3	4	5	6
	0	-0.469	-0.463	-0.457	-0.449	-0.439	-0.428	-0.416
	0.2	-0.472	-0.467	-0.460	-0.452	-0.443	-0.432	-0.420
	0.4	-0.476	-0.471	-0.464	-0.456	-0.447	-0.436	-0.424
	0.6	-0.480	-0.475	-0.468	-0.460	-0.451	-0.440	-0.428
	0.8	-0.484	-0.479	-0.472	-0.464	-0.455	-0.444	-0.432
	1	-0.489	-0.484	-0.477	-0.469	-0.460	-0.449	-0.437
	1.2	-0.494	-0.488	-0.482	-0.474	-0.464	-0.454	-0.441
	1.4	-0.499	-0.493	-0.487	-0.479	-0.469	-0.459	-0.446
R ² =0.7986	1.6	-0.504	-0.499	-0.492	-0.484	-0.475	-0.464	-0.452
AB%X	Roll / Yaw	0	1	2	3	4	5	6
	0	44.27%	44.15%	44.92%	46.11%	47.21%	47.04%	45.02%
	0.2	45.01%	44.33%	44.77%	45.86%	46.75%	46.36%	44.81%
	0.4	45.90%	44.67%	44.59%	45.33%	45.98%	45.66%	45.80%
	0.6	46.60%	45.24%	45.11%	45.44%	45.79%	46.06%	47.08%
	0.8	47.17%	46.05%	46.12%	46.05%	46.01%	47.04%	47.93%
	1	47.78%	46.93%	46.70%	46.64%	46.76%	47.72%	48.02%
	1.2	48.30%	47.46%	46.52%	46.99%	48.23%	48.48%	48.07%
	1.4	48.65%	47.76%	46.40%	47.47%	49.52%	49.63%	48.83%
R ² =0.8872	1.6	48.88%	47.91%	47.15%	48.73%	50.31%	50.67%	49.62%
AB%Y	Roll / Yaw	0	1	2	3	4	5	6
	0	45.42%	45.82%	45.59%	45.26%	44.94%	44.59%	44.02%
	0.2	45.85%	46.17%	45.96%	45.55%	45.24%	44.97%	44.47%
	0.4	46.20%	46.40%	46.21%	45.85%	45.62%	45.41%	44.94%
	0.6	46.42%	46.33%	45.92%	45.54%	45.42%	45.45%	45.02%
	0.8	46.57%	46.06%	45.43%	45.19%	45.14%	45.22%	45.12%
	1	47.01%	46.08%	45.39%	45.23%	45.32%	45.17%	45.18%
	1.2	47.42%	46.35%	45.59%	45.42%	45.83%	45.46%	45.14%
	1.4	47.53%	46.55%	45.85%	45.59%	46.01%	45.74%	44.82%
R ² =0.9856	1.6	47.41%	46.75%	46.12%	45.77%	45.59%	45.45%	44.77%

Figure-A II-3 Cartes aérodynamique liée à la dynamique du véhicule - $a_y = 2$ et $R = 10$

CLA	Rad / Ay	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
	6	-4.286	-3.818	-3.499	-3.364	-3.576	-3.616	-3.515
	10	-4.167	-3.765	-3.542	-3.376	-3.514	-3.562	-3.483
	14	-4.054	-3.733	-3.587	-3.398	-3.506	-3.506	-3.483
	18	-4.015	-3.666	-3.461	-3.351	-3.407	-3.456	-3.444
	22	-4.035	-3.583	-3.318	-3.313	-3.331	-3.411	-3.359
	26	-4.038	-3.540	-3.297	-3.314	-3.385	-3.413	-3.355
	30	-4.040	-3.528	-3.353	-3.353	-3.458	-3.405	-3.397
	34	-4.062	-3.518	-3.340	-3.410	-3.535	-3.447	-3.464
R²=0.9234								
CDA	Rad / Ay	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
	6	-2.006	-1.748	-1.545	-1.492	-1.478	-1.458	-1.435
	10	-1.942	-1.711	-1.528	-1.476	-1.464	-1.432	-1.405
	14	-1.890	-1.681	-1.512	-1.458	-1.442	-1.408	-1.390
	18	-1.866	-1.652	-1.478	-1.428	-1.411	-1.385	-1.381
	22	-1.848	-1.621	-1.443	-1.394	-1.390	-1.368	-1.375
	26	-1.834	-1.611	-1.445	-1.398	-1.398	-1.363	-1.365
	30	-1.820	-1.622	-1.457	-1.408	-1.442	-1.367	-1.370
	34	-1.808	-1.636	-1.476	-1.427	-1.469	-1.380	-1.388
R²=0.9877								
CSA	Rad / Ay	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
	6	1.135	0.738	0.433	0.334	0.293	0.254	0.215
	10	1.096	0.697	0.395	0.297	0.264	0.231	0.198
	14	1.064	0.669	0.370	0.276	0.263	0.232	0.192
	18	1.025	0.644	0.359	0.263	0.245	0.207	0.176
	22	0.989	0.632	0.361	0.259	0.224	0.183	0.170
	26	0.967	0.612	0.354	0.243	0.206	0.169	0.158
	30	0.964	0.584	0.340	0.222	0.188	0.164	0.152
	34	0.981	0.548	0.318	0.194	0.169	0.169	0.152
R²=0.9991								
CM_zA	Rad / Ay	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
	6	-0.970	-0.675	-0.459	-0.304	-0.229	-0.176	-0.203
	10	-0.926	-0.650	-0.436	-0.282	-0.188	-0.156	-0.184
	14	-0.899	-0.625	-0.411	-0.258	-0.166	-0.135	-0.144
	18	-0.872	-0.599	-0.386	-0.234	-0.143	-0.112	-0.143
	22	-0.863	-0.571	-0.360	-0.209	-0.119	-0.089	-0.121
	26	-0.814	-0.543	-0.332	-0.182	-0.093	-0.065	-0.098
	30	-0.783	-0.513	-0.284	-0.155	-0.067	-0.040	-0.055
	34	-0.751	-0.482	-0.274	-0.127	-0.040	-0.014	-0.049
R²=0.9747								
AB%X	Rad / Ay	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
	6	50.02%	46.95%	44.35%	43.22%	43.32%	43.88%	43.46%
	10	49.15%	46.32%	44.02%	43.02%	43.37%	43.68%	43.30%
	14	48.39%	45.88%	43.76%	42.93%	43.48%	43.73%	43.29%
	18	48.90%	45.98%	43.73%	42.94%	43.45%	43.55%	43.12%
	22	50.10%	46.23%	44.02%	43.12%	43.33%	43.15%	43.18%
	26	50.59%	46.81%	44.23%	43.15%	43.65%	43.33%	43.36%
	30	49.79%	46.62%	44.81%	43.55%	44.33%	44.10%	43.46%
	34	48.65%	46.29%	45.09%	44.04%	44.49%	44.39%	44.22%
R²=0.9641								
AB%Y	Rad / Ay	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
	6	42.97%	44.18%	45.31%	46.19%	46.85%	47.41%	47.93%
	10	43.25%	44.97%	46.22%	47.21%	47.88%	48.24%	48.33%
	14	43.47%	45.47%	46.86%	47.78%	48.34%	48.56%	48.39%
	18	43.58%	45.67%	46.99%	47.87%	48.34%	48.49%	48.44%
	22	43.50%	45.54%	46.91%	47.66%	47.70%	48.32%	48.94%
	26	43.60%	45.19%	46.61%	47.68%	48.47%	48.97%	49.19%
	30	43.72%	44.75%	46.84%	47.96%	48.98%	49.49%	49.45%
	34	43.71%	44.91%	46.14%	47.39%	48.67%	49.97%	51.30%
R²=0.9328								

Figure-A II-4 Cartes aérodynamiques liées aux conditions de virage - Appuyée sur le modèle de Dynamique du Véhicule

ANNEXE III

PLAN D'EXPÉRIMENTATION POUR LA VALIDATION EN SOUFFLERIE AÉROACOUSTIQUE

Test Conditions													
Run	WT	Configuration	Point	V _{inf} (m/s)	V _{inf} (kph)	FRH (mm)	RRH (mm)	Roll (°)	Pitch (°)	Yaw (°)	Notes	Time	
0		Check data point	1									16h58	
1		Straight Speed Sweep 30 - 30	1	8	28.8	30	30	0.0	0.0	0.0		17h10	
			2	12	43.2	30	30	0.0	0.0	0.0			
			3	16	57.6	30	30	0.0	0.0	0.0			
			4	20	72	30	30	0.0	0.0	0.0			
			5	24	86.4	30	30	0.0	0.0	0.0			
			6	30	108	30	30	0.0	0.0	0.0			
			END									17h30	
2		Straight Speed DRS Sweep 30 - 30	1	12	43.2	30	30	0.0	0.0	0.0		17h35	
			2	16	57.6	30	30	0.0	0.0	0.0			
			3	20	72	30	30	0.0	0.0	0.0			
			4	30	108	30	30	0.0	0.0	0.0			
			END									17h46	
3		Yaw Stability 30 - 30	1	16	57.6	30	30	0.0	0.0	4.0		17h51	
			2	16	57.6	30	30	0.0	0.0	2.0			
			3	16	57.6	30	30	0.0	0.0	-2.0			
			4	16	57.6	30	30	0.0	0.0	-4.0			
			5	16	57.6	30	30	0.0	0.0	-6.0			
			6	16	57.6	30	30	0.0	0.0	-8.0			
			7	20	72	30	30	0.0	0.0	-8.0			
			8	20	72	30	30	0.0	0.0	-6.0			
			9	20	72	30	30	0.0	0.0	-4.0			
			10	20	72	30	30	0.0	0.0	-2.0			
			END									18h23	
4		Cornering (Roll 0.5) 30 - 30	1	16	57.6	30	30	0.5	0.0	0.0		18h35	
			2	16	57.6	30	30	0.5	0.0	-2.0			
			3	16	57.6	30	30	0.5	0.0	-4.0			
			4	16	57.6	30	30	0.5	0.0	-6.0			
			END									18h47	
5		Cornering (Roll 1.0) 30 - 30	1	16	57.6	30	30	1.0	0.0	0.0		18h54	
			2	16	57.6	30	30	1.0	0.0	-2.0			
			3	16	57.6	30	30	1.0	0.0	-4.0			
			4	16	57.6	30	30	1.0	0.0	-6.0			
			END									19h06	
6		Aeromap Setup 1 20 - 20	1	16	57.6	20	20	0.0	0.0	0.0		19h12	
			2	20	72	20	20	0.0	0.0	0.0			
			3	24	86.4	20	20	0.0	0.0	0.0			
			END									19h19	
7		Aeromap Setup 2 20 - 40	1	16	57.6	20	40	0.0	0.8	0.0		19h32	
			2	20	72	20	40	0.0	0.8	0.0			
			3	24	86.4	20	40	0.0	0.8	0.0			
			END									19h39	
8		Aeromap Setup 3 40 - 40	1	16	57.6	40	40	0.0	0.0	0.0		19h47	
			2	20	72	40	40	0.0	0.0	0.0			
			3	24	86.4	40	40	0.0	0.0	0.0			
			END									19h56	
9		Aeromap Setup 4 40 - 20	1	16	57.6	40	20	0.0	-0.8	0.0		20h12	
			2	20	72	40	20	0.0	-0.8	0.0			
			3	24	86.4	40	20	0.0	-0.8	0.0			
			END									20h20	
10		Aeromap Setup 5 30 - 20	1	16	57.6	30	20	0.0	-0.4	0.0		20h26	
			2	20	72	30	20	0.0	-0.4	0.0			
			3	24	86.4	30	20	0.0	-0.4	0.0			
			END									20h35	
11		Aeromap Setup 6 20 - 30	1	16	57.6	20	30	0.0	0.4	0.0		20h46	
			2	20	72	20	30	0.0	0.4	0.0			
			3	24	86.4	20	30	0.0	0.4	0.0			
			END									20h58	
12		High Speed	1	36	129.6	30	30	0.0	0.0	0.0		21h09	
13		Smoke Vis	1	Min		30	30	0.0	0.0	0.0		21h11	
													21h19
													22h34
			END									22h34	

BIBLIOGRAPHIE

- Ahmed, S. A., Ramm, G. & Faltin, G. (1984). Some Salient Features of the Time-Averaged Ground Vehicle Wake. *SAE Technical Paper 840300*.
- Batchelor, G. K. (2000). *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge, UK : Cambridge University Press.
- Beam, R. M. & Warming, R. F. (1978). An Implicit Finite-Difference Algorithm for the Compressible Navier–Stokes Equations. *AIAA Journal*, 16(4), 393–402.
- Bernoulli, D. (1738). *Hydrodynamica, Sive De Viribus et Motibus Fluidorum Commentarii*. Strasbourg : Johann Reinhold Dulsecker.
- Blasius, H. (1908). Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 56, 1–37.
- Boussinesq, J. (1877). *Essai sur la théorie des eaux courantes*. Paris : Imprimerie Nationale.
- Bradshaw, P., Ferriss, D. H. & Atwell, N. P. (1967). Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 28(3), 593–616. doi : 10.1017/S002211206700234X.
- Casey, M. & Wintergerste, T. (Éds.). (2000). *Best Practice Guidelines for Industrial Computational Fluid Dynamics*. Brussels : ERCOFTAC.
- Cauchy, A.-L. (1829). Sur l'équilibre et le mouvement intérieur des corps considérés comme des masses continues. *Exercices de Mathématiques*, 4, 293–319.
- Cogotti, A. (1983). Aerodynamic characteristics of car wheels. *SAE Technical Paper 830138*.
- Cooper, K. R. (1985). The Aerodynamic Performance of an Idealized Ground Vehicle (The Windsor Body). *SAE Technical Paper 850288*.
- Courant, R., Friedrichs, K. & Lewy, H. (1928). Über die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100, 32–74.
- d'Alembert, J. L. R. (1752). *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*. Paris : David l'aîné.
- Darrigol, O. (2002). Between Hydrodynamics and Elasticity Theory : The First Five Births of the Navier–Stokes Equation. *Archive for History of Exact Sciences*, 56(2), 95–150. doi : 10.1007/s004070200000.

- Darrigol, O. (2005). *Worlds of Flow : A History of Hydrodynamics from the Bernoullis to Prandtl*. Oxford : Oxford University Press.
- Davidson, P. A. (2004). *Turbulence : An Introduction for Scientists and Engineers*. Oxford : Oxford University Press.
- Euler, L. (1757). Principes généraux du mouvement des fluides. *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, 11, 274–315.
- Fackrell, J. E. (1974). *The Aerodynamics of an Isolated Wheel*. (PhD Thesis, Imperial College of Science and Technology, University of London).
- Fackrell, J. E. & Harvey, J. K. (1973). The flow field and pressure distribution of an isolated road wheel. *Advances in Road Vehicle Aerodynamics*, pp. 155–165.
- Fefferman, C. L. (2006). Existence and Smoothness of the Navier–Stokes Equation. Dans Carlson, J., Jaffe, A. & Wiles, A. (Éds.), *The Millennium Prize Problems* (pp. 57–67). Cambridge, MA : Clay Mathematics Institute / American Mathematical Society.
- Ferziger, J. H. & Perić, M. (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics* (éd. 3). Berlin : Springer.
- Genta, G. (1997). *Motor Vehicle Dynamics : Modeling and Simulation*. Singapore : World Scientific.
- Gillespie, T. D. (1992). *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Warrendale, PA : Society of Automotive Engineers.
- Godunov, S. K. (1959). A Difference Method for Numerical Calculation of Discontinuous Solutions of the Equations of Hydrodynamics. *Matematicheskii Sbornik*, 47(3), 271–306. In Russian ; English translation in USSR Comput. Math. Math. Phys., 1969.
- Hagen, G. (1839). Über die Bewegung des Wassers in engen cylindrischen Röhren. *Annalen der Physik*, 122(3), 423–442. doi : 10.1002/andp.18391220304.
- Harlow, F. H. & Welch, J. E. (1965). Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface. *The Physics of Fluids*, 8(12), 2182–2189.
- Howell, J. (2015). *Aerodynamic Drag of Passenger Cars at Yaw* (Rapport n°2015-01-1559).
- Hucho, W.-H. (1998). *Aerodynamics of Road Vehicles* (éd. 4). Warrendale, PA : SAE International.

- Hucho, W.-H. & Sovran, G. (1993). Aerodynamics of Road Vehicles. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 25, 485–537.
- Issa, R. I. (1986). Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting. *Journal of Computational Physics*, 62(1), 40–65.
- Jameson, A., Schmidt, W. & Turkel, E. (1981). Numerical Solution of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge–Kutta Time Stepping Schemes. *14th Fluid and Plasma Dynamics Conference*.
- Jones, W. P. & Launder, B. E. (1972). The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(2), 301–314. doi : 10.1016/0017-9310(72)90076-2.
- Jones, W. P. & Launder, B. E. (1973). The calculation of low-Reynolds-number phenomena with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 16(6), 1119–1130. doi : 10.1016/0017-9310(73)90125-7.
- Katz, J. (1995). *Race Car Aerodynamics : Designing for Speed*. Cambridge, MA : Bentley Publishers.
- Keogh, J. (2016). *The Aerodynamic Effects of the Cornering Flow Conditions*. (Thèse de doctorat, University of New South Wales).
- Keogh, J., Barber, T., Diasinos, S. & Doig, G. (2015, 03). Techniques for Aerodynamic Analysis of Cornering Vehicles. *SAE Technical Paper 2015-01-0022*. doi : 10.4271/2015-01-0022.
- Keogh, J., Barber, T., Diasinos, S. & Doig, G. (2016). The aerodynamic effects on a cornering Ahmed body. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 154, 34–46. doi : 10.1016/j.jweia.2016.04.002.
- Kolmogorov, A. N. (1941). The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 30, 301–305.
- Kolmogorov, A. N. (1942). Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Seriya Fizicheskaya*, 6(1–2), 56–58. English translation in : Proc. R. Soc. Lond. A 434 (1991) 214–216.
- Ladyzhenskaya, O. A. (1963). *The Mathematical Theory of Viscous Incompressible Flow*. New York : Gordon and Breach.
- Lanfrit, M. (2005). *Best practice guidelines for handling automotive aerodynamics with FLUENT*. Darmstadt, Germany.

- Launder, B. E. & Spalding, D. B. (1974). The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3(2), 269–289. doi : 10.1016/0045-7825(74)90029-2.
- Le Good, G. M. & Garry, K. P. (2004). On the use of reference models in automotive aerodynamics. *SAE Technical Paper 2004-01-1308*.
- Leray, J. (1934). Sur le mouvement d'un liquide visqueux emplissant l'espace. *Acta Mathematica*, 63, 193–248. doi : 10.1007/BF02547354.
- MacCormack, R. W. (1969). The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering. *AIAA Paper 69-354*.
- Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8), 1598–1605. doi : 10.2514/3.12149.
- Milliken, W. F. & Milliken, D. L. (1995). *Race Car Vehicle Dynamics*. Warrendale, PA : Society of Automotive Engineers.
- Moin, P. & Mahesh, K. (1998). Direct Numerical Simulation : A Tool in Turbulence Research. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30(1), 539–578. doi : 10.1146/annurev.fluid.30.1.539.
- Morel, T. (1978). Plenum Press.
- Navier, C. L. M. H. (1823). Mémoire sur les lois du mouvement des fluides. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France*, 6, 389–440.
- Pacejka, H. B. (2002). *Tyre and Vehicle Dynamics*. Oxford : Butterworth–Heinemann.
- Patankar, S. V. & Spalding, D. B. (1972). A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(10), 1787–1806.
- Patel, D., Garmory, A. & Passmore, M. (2021). The Effect of Cornering on the Aerodynamics of a Multi-Element Wing in Ground Effect. *Fluids*, 6(1). doi : 10.3390/fluids6010003.
- Perrin, H. (2024). *Aerodynamic Simulation of a FSAE Open-Wheel Car During Cornering*. Formule ETS.
- Perrin, H. & Houri, E. (2024a). *Modeling Cornering Aerodynamics - A Review*. Formule ETS.
- Perrin, H. & Houri, E. (2024b). *Straight Line Simulation Model Towards FSAE Aerodynamics*. Formule ETS.

- Poiseuille, J. L. M. (1846). *Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très-petits diamètres*. Paris : Imprimerie Royale.
- Pope, S. B. (2000). *Turbulent Flows*. Cambridge : Cambridge University Press.
- Prandtl, L. (1904). Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. *Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker-Kongresses*, pp. 484–491.
- Prandtl, L. (1925). Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 5(2), 136–139.
- Prandtl, L. (1945). Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz. *Nachrichten der Akademie der Wissenschaften in Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 6–19.
- Preda, I. & Ciolan, G. (2012). Vehicle Mathematical Model for the Study of Cornering. *Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering*, XI (XXI)(2). doi : 10.15660/AUOFMTE.2012-2.2763.
- Rajamani, R. (2006). *Vehicle Dynamics and Control*. New York : Springer.
- Ranzenbach, R. & Barlow, J. B. (1994). *Two-Dimensional Airfoil in Ground Effect, An Experimental and Computational Study* (Rapport n°942509). Warrendale, PA. Repéré à <https://doi.org/10.4271/942509>.
- Reynolds, O. (1883). An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 174, 935–982. doi : 10.1098/rstl.1883.0029.
- Reynolds, O. (1895). On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, 186, 123–164. doi : 10.1098/rsta.1895.0004.
- Rhie, C. M. & Chow, W. L. (1983). Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation. *21st Aerospace Sciences Meeting*.
- Riemann, B. (1860). Über die Fortpflanzung ebener Luftwellen von endlicher Schwingungsweite. Dans *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* (vol. 8, pp. 43–65).

- Roberts, L., Correia, J., Finnis, M. & Knowles, K. (2016). Aerodynamic characteristics of a wing-and-flap configuration in ground effect and yaw. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, 156.
- Roe, P. L. (1981). Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43(2), 357–372.
- Rotta, J. C. (1951). Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz. *Zeitschrift für Physik*, 131, 51–77. doi : 10.1007/BF01329645.
- Schlichting, H. (1979). *Boundary-Layer Theory* (éd. 7). New York : McGraw-Hill.
- Spalart, P. R. & Allmaras, S. R. (1992). A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *30th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. doi : 10.2514/6.1992-439.
- Spalart, P. R. (2000). Strategies for Turbulence Modelling and Simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21(3), 252–263. doi : 10.1016/S0142-727X(00)00007-2.
- Stokes, G. G. (1845). On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 8, 287–319.
- Stone, H. L. (1968). Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 5(3), 530–558.
- Taylor, G. I. (1935). Statistical Theory of Turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 151, 421–444. doi : 10.1098/rspa.1935.0158.
- van Leer, B. (1979). Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. V. A Second-Order Sequel to Godunov’s Method. *Journal of Computational Physics*, 32(1), 101–136.
- Venkatakrisnan, V. (1993). On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions. *31st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, pp. 450. doi : 10.2514/6.1993-450.
- von Kármán, T. (1921). Über laminare und turbulente Reibung. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1(4), 233–252. doi : 10.1002/zamm.19210010401.
- von Kármán, T. & Howarth, L. (1938). On the Statistical Theory of Isotropic Turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 164(917), 192–215. doi : 10.1098/rspa.1938.0013.

- Watkins, S. & Vino, G. (2008). The effect of vehicle spacing on the aerodynamics of a representative car shape. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96, 1232–1239.
- Wilcox, D. C. (1988). Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models. *AIAA Journal*, 26(11), 1299–1310. doi : 10.2514/3.10041.
- Wilcox, D. C. (2006). *Turbulence Modeling for CFD* (éd. 3). La Cañada, California : DCW Industries.
- Wordley, S. & Saunders, J. (2008). *Aerodynamics of Race Car Wheels* (Rapport n°2008-01-2987). Warrendale, PA. Repéré à <https://doi.org/10.4271/2008-01-2987>.